



Využitie Markovových reťazcov na meranie finančných rizík¹

Jozef Jackuliak

Fakulta managementu Univerzity Komenského v Bratislave

V súčasnom bankovníctve zohráva významnú úlohu riadenie kreditného rizika. Pri riadení kreditného rizika je dôležité správne odhadnúť pravdepodobnosť, s akou môže dôjsť k zmene bonitného správania klienta. Hlavným cieľom práce je pomocou vhodných metód odhadnúť prechodové matice pravdepodobností, ktoré predstavujú základ pre modelovanie kreditných rizík úverových nástrojov. Práca skúma dynamiku kreditného rizika pomocou kvalitatívnych ratingov a poukazuje na vzťahy medzi migráciou ratingov a makroekonomickým stavom, resp. ekonomickým cyklom krajiny. Poukazuje na rozdielnosti kvalitatívnej migrácie v prípade rôznorodosti trhov, resp. finančných produktov. V práci je využitá metodika Markovových reťazcov, ktorá je aplikovaná na agregovaných proporčných dátach.

¹ Článok je zhrnutím dizertačnej práce s rovnakým názvom, za ktorú získal autor druhú cenu v súťaži o cenu guvernéra NBS pre študentov univerzít za výnimočnú dizertačnú, prípadne diplomovú prácu v oblasti menovej ekonomie, makroekonómie alebo finančnej ekonomie.

METODIKA PRÁCE

Pre odhad pravdepodobností prechodu medzi jednotlivými ratingovými kategóriami sme zvolili metodiku Markovových reťazcov. V práci uvažujeme o odhadoch tých Markovových reťazcov, pre ktoré máme k dispozícii agregované proporčné dáta, čiže pre každý časový okamih poznáme údaje o podieloch kvalitatívne rozličných skupín vo vzorke. Okrem odhadu matíc prechodových pravdepodobností práca overuje stacionaritu prechodových matíc v časovo rozličných ekonomických cykloch, odhaduje prechodové matice aj pre skupiny finančných produktov a porovnáva ich s prechodovými pravdepodobnosťami celkových dát. Na výpočty prechodových matíc v práci využívame ratingové rozdelenie úverov podľa kvality splácania z dostupných dát národných bánk vybraných štátov. V práci sme definovali tri hlavné hypotézy:

- *Prvá hypotéza:* Vplývajú ekonomické cykly na stacionaritu pravdepodobností kreditnej migrácie vo vybraných krajinách?
- *Druhá hypotéza:* Existuje vzťah medzi kreditnou migráciou a makroekonomickými veličinami, ako sú HDP a inflácia?
- *Tretia hypotéza:* Existuje vzťah medzi finančným ukazovateľom ICR (krytie dlhovej služby) a pravdepodobnosťami kreditnej migrácie?

Metóda, ktorú sme zvolili, využíva historické časové rady dát rozdelených do rôznych skupín. Pri výbere dát bolo dôležité získať dáta s čo najdlhšou históriou, aby v nich boli zachytené všetky zmeny, resp. jednorazové výkyvy vo vzorke nespôsobia chyby pri výpočtoch. Získané dáta pochádzali z nasledujúcich verejne dostupných zdrojov:

- pre neperformujúce dáta za USA – spoločnosť FDIC,
- pre neperformujúce dáta za SR – dostupné dáta z NBS,
- pre neperformujúce dáta za ČR – dostupné dáta z ČNB,
- pre odhad prechodových matíc na základe ukazovateľa ICR – dáta z databázy Finstat.

V prípade prvých troch zdrojov sme dáta získali v kvartálnej báze. Dáta pre ukazovateľ krytia dlhovej služby sme vypočítali z údajov z hospodárskych výsledkov jednotlivých firiem na ročnej báze. Prípravné spracovanie dát sme spravili pomocou programu MS Excel. V ďalšej fáze práce sme sa venovali naprogramovaniu metódy výpočtu prechodových matíc. Pri programovaní sme využili software Wolfram Mathematica®. Dáta sme postupne otestovali podľa vybraných krajín a výsledky zaznamenali do vzniknutých prechodových matíc pravdepodobností. Pomocou nášho programu sme otestovali aj vplyv ekonomických cyklov, HDP a inflácie na kreditnú migráciu vo vypočítanom časovom horizonte.

MARKOVOVE REŤAZCE

Teória Markovových reťazcov je založená na princípe stochastického procesu. Stochastický proces predstavuje postupnosť náhodných premenných v čase, pričom závislosť medzi premennými je charakterizovaná len pre susedné obdobia. Markovove reťazce sa preto často využívajú na opísanie procesov, ktoré sú na seba naviazané, pričom budúce stavy úzko súvisia s aktuálnou situáciou. Pre Markovove reťazce platí, že podmienené rozdelenie pravdepodobností systému v nasledujúcom kroku, ako aj ďalších krokov v budúcnosti závisí len a len od súčasného stavu systému a nie od stavov systému v predchádzajúcich krokoch

Uvažujme populáciu klientov splácajúcich úvery, ktorí majú možnosť byť zaradení do konečnej množiny stavov $\{1, 2, \dots, k\}$ v postupnosti splátok v čase $t = 0, 1, 2, \dots$. Pre náhodnú vzorku rozsahu n , nech X_{st} predstavuje stav priradený s -tému klientovi v čase t , pričom predpokladajme, že $\{X_{st} : t = 0, 1, 2, \dots\}$ je časovo homogénny Markovov reťazec s prechodovou maticou pravdepodobností (transition-probability matrix) $P = (p_{kj})_{k \times k}$. Poskytnutých úverov je $s, s = 1, 2, \dots, n$ a správajú sa nezávisle od seba. V prípade, že údaje zahŕňajú úplnú históriu prechodov $X_{st}, t = 0, 1, \dots, m, s = 1, 2, \dots, n$, nie je problém odhadnúť prechodovú maticu pravdepodobností ani otestovať potrebné



hypotézy. V prípade, že poznáme len agregované dáta:

$$N_{ij} = \#\{s: X_{st} = j; j = 1, 2, \dots, k, t = 0, 1, \dots, m,^2\}$$

vzniká problém, ako odhadnúť prechodové matice pravdepodobností. Tento problém študovalo len niekoľko autorov, napr. Miller (1952), Madansky (1959) a Lee a kol. (1970), pričom zostalo veľa problémov otvorených, hlavne pokiaľ ide o vlastnosti odhadov. V práci sme použili regresný prístup k odhadu prechodových matíc pravdepodobností, ktorý navrhli autori Kalbfleisch a Lawless (1984).

ODHAD MARKOVÝCH PRECHODOVÝCH MATÍC

Model Markovových prechodových pravdepodobností definuje súbor kvalitatívne diskretných oblastí, do ktorých sú jednotlivé pozorované objekty (finančné inštitúcie, banky a pod.) klasifikované. Budeme definovať prechodovú maticu, označíme ju $P = [p_{ij}]$, ktorá poukazuje na pravdepodobnosť zotrvania, resp. pravdepodobnosti zmeny kreditnej kvality do ostatných $R - 1$ ratingov počas sledovaného obdobia. Jednotlivé zložky prechodovej matice p_{ij} hovoria o pravdepodobnosti kreditného ratingu rovnajúceho sa i v čase $t - 1$ a ratingu j v čase t .³

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1R} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{R1} & P_{R2} & \dots & P_{RR} \end{bmatrix}$$

Ak sú dáta pre individuálne zmeny ratingov dostupné, čiže poznáme rating vybranej skupiny firiem na začiatku roku a na konci daného obdobia, potom sa pravdepodobnosť zmeny počiatočného ratingu jednoducho vypočíta podľa nasledujúceho vzťahu:⁴

$$P_{ij} = \frac{n_{ij}}{\sum_j n_{ij}}$$

kde p_{ij} charakterizuje pravdepodobnosť zmeny ratingu i v čase $t - 1$ do ratingu j v čase t a n_{ij} charakterizuje počet firiem, ktoré mali v čase $t - 1$ rating i a v čase t rating j .

ODHAD PRECHODOVEJ MATICE NA DÁTACH SPOJENÝCH ŠTÁTOV AMERICKÝCH

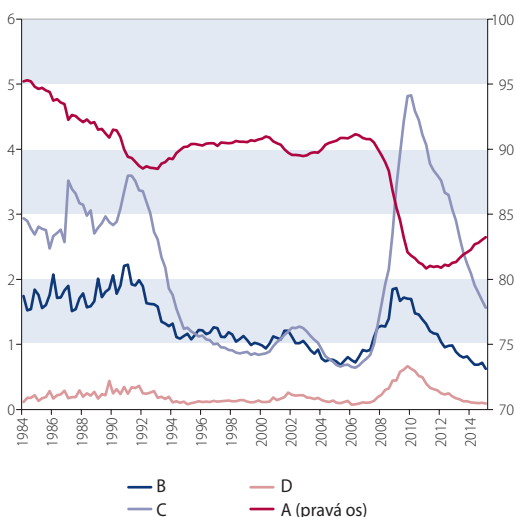
Na aplikáciu výpočtu pravdepodobnostných prechodových matíc sme použili kvartálne dáta za obdobie rokov 1984 – 2015. Získali sme informácie o objemoch nespĺňaných úverov rozdelených do viacerých kategórií:

- kategória A – úverové obchody bez omeškania,
- kategória B – úverové obchody s omeškaním od 30 do 89 dní,

- kategória C – úverové obchody s omeškaním 90 a viac dní + neakruálne úvery⁵,
- kategória D – čisté odpísané úverové obchody.

Na grafe 1 pozorujeme, ako sa proporcie vybraných kvalitatívnych kategórií z dôvodu viacerých ekonomických cyklov menia v čase. Od roku 1984 do roku 2015 došlo v ekonomike a hospodárstve Spojených štátov k viacerým dôležitým zmenám či míľnikom, ktoré ovplyvnili aj úverovú kvalitu vo finančnom sektore. Z grafu je vidieť, že za obdobie od roku 1984 až po dnešok sú pre dáta za USA charakteristické tri celistvé obdobia. Sú to obdobia určené rokmi 1984 až 1993, 1994 až 2007 a 2008 až 2015.

Graf 1 Neperformujúce úvery USA podľa kreditných ratingov (v %)



Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/>, obdobie 1984 – 2015, vlastné spracovanie.

Na opísané dáta celkových úverov za roky 1984 až 2015 sme aplikovali metódu uvedenú v práci (Jones, 2005). Metódu sme naprogramovali v systéme Wolfram Mathematica, verzia 10.0.1, a odhadli sme jednotlivé prechodové pravdepodobnosti. Následne sme vytvorili prechodovú maticu (tab. 1).

Podľa teórie Markovových reťazcov sú prechodové pravdepodobnosti konštantné, v čase nemenné. V našej vzorke sme identifikovali tri ekonomicky rôznorodé obdobia a podrobili sme ich

Tabuľka 1 Odhadovaná prechodová matica, obdobie 1984 – 2015

		Do ratingu			
		A	B	C	D
Z ratingu	A	0,999	0,001	0,000	0,000
	B	0,000	0,911	0,089	0,000
	C	0,000	0,005	0,946	0,050
	D	0,000	0,000	0,000	1,000

Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/>, obdobie 1984 – 2015, vlastné spracovanie.

² Symbol # znamená počet.

³ JONES, M. T.: *Estimating Markov Transition Matrices Using Proportions Data: An Application to Credit Risk*. IMF working paper, 2005. s. 5.

⁴ Tamtiež, s. 6.

⁵ Neakruálne úvery sú úvery, ktoré negenerujú pravidelnú platbu úrokov a istiny z dôvodu finančných ťažkostí dlžníka. Keď dlžník obnoví svoje platby, splátka sa najprv použije na splatenie dlžnej istiny a až potom na dlžné úroky.



Tabuľka 2 Odhadované prechodové matice pre vybrané obdobia

		1984 – 1993				1994 – 2007				2008 – 2015			
		T + 1				T + 1				T + 1			
		A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
T	A	0,998	0,002	0,000	0,000	0,999	0,001	0,000	0,000	0,998	0,002	0,000	0,000
	B	0,000	0,619	0,381	0,000	0,000	0,866	0,134	0,000	0,000	0,631	0,369	0,000
	C	0,005	0,166	0,763	0,065	0,035	0,053	0,883	0,029	0,000	0,067	0,860	0,073
	D	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	1,000

Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/>, obdobie 1984 – 2015, vlastné spracovanie.

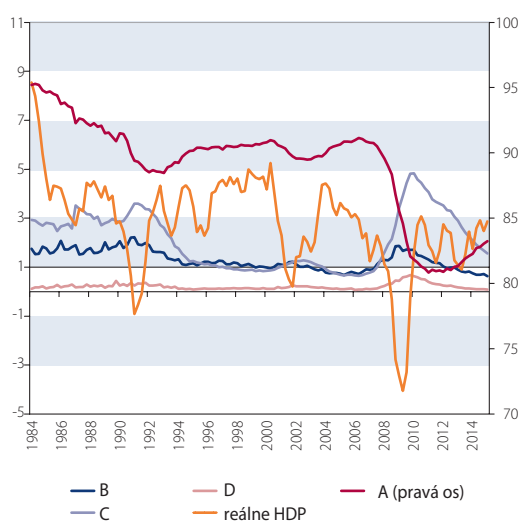
Fisherovmu testu o zhode variability. Na základe výsledkov sme v sledovaných obdobiach a v jednotlivých kategóriách zamietli porovnateľnosť variability dát, a preto sme pre jednotlivé obdobia odhadli samostatné prechodové matice.

Z tabuľky 2 je zjavné, že prechodové matice sa v prípade jednotlivých období výrazne od seba odlišujú. V obdobiach, v ktorých prevládala recesia a ktoré boli ovplyvnené krízou, sledujeme väčšiu volatilitu takmer pri všetkých kvalitatívnych kategóriách. Obdobie medzi rokmi 1994 až 2007 bolo z hľadiska migrácie úverov stabilnejšie. Získané výsledky poukazujú na časovú nestacionaritu dát v závislosti od jednotlivých ekonomických cyklov. Naše dáta od roku 1984 boli ovplyvnené viacerými ekonomickými zmenami, ktoré mali významný vplyv na kvalitatívnu migráciu poskytnutých úverov.

Iný pohľad na vytvorenie migračných matíc uviedol (Bangia a kol., 2000). Na vyvrátenie nemennosti pravdepodobností v čase použil rozdelenie dát na základe vývoja reálneho hrubého domáceho produktu (HDP). Jednotlivé dáta rozdelil na obdobia, keď bol rast reálneho HDP vyšší ako priemer z celkových dát, a na obdobia z nižším rastom reálneho HDP ako priemer. Do grafu sme preto pridali vývoj reálneho HDP a porovnali sme ho s vývojom podielov našich kvalitatívnych kategórií.

Na grafe 2 vidíme, že vývoj reálneho HDP odráža vývoj zmien podielov bezproblémových úverov. Podobne ako klesalo percento kategórie A, klesalo aj reálne HDP v USA, až kým sa nedostalo na svoje dno v rokoch 1992 a 1993. Neskôr HDP vzrástlo, bolo nad nulou až po rok 2008, keď opäť pozorujeme výrazný prepád až do záporných čísel.

Graf 2 Vývoj reálneho HDP USA a podielov kvalitatívnych ratingov (v %)



Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/> a http://www.bea.gov/iTable/index_nipa.cfm, (obdobie 1984 – 2015), vlastné spracovanie.

Obdobie záporného HDP trvalo až do roku 2010. V prípade našich dát bola početnosť kvartálov pod priemerom reálneho HDP najvyššia v období do roku 1993 a po roku 2008 vyššia ako v období medzi týmito rokmi. Takto rozdelené dáta sme otestovali a po aplikovaní sme získali dve rôznorodé prechodové matice pravdepodobností.

Z výsledných tabuliek môžeme pozorovať významné rozdiely v kreditnej migrácii v obdobiach, ktoré boli nad priemerným rastom, a v obdobiach

Tabuľka 3 Odhadované prechodové matice pre kvartály s HDP vyšším, resp. nižším ako priemer

		Kvartály s HDP vyšším ako priemer				Kvartály s HDP nižším ako priemer				
		Do ratingu				Do ratingu				
		A	B	C	D	A	B	C	D	
Z ratingu	A	0,995	0,004	0,001	0,000	A	0,998	0,001	0,000	0,000
	B	0,000	0,610	0,390	0,000	B	0,000	0,883	0,117	0,000
	C	0,138	0,080	0,682	0,099	C	0,000	0,000	0,928	0,072
	D	0,000	0,000	0,000	1,000	D	0,000	0,000	0,000	1,000

Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/> a http://www.bea.gov/iTable/index_nipa.cfm, (obdobie 1984 – 2015), vlastné spracovanie.



pod priemerným rastom reálneho HDP. Získané výsledky poukazujú na významný vzťah medzi makroekonomickou veličinou HDP a kreditnou migráciou úverových nástrojov.

Pre ekonomický rast krajiny má okrem HDP významný vplyv aj inflácia. Inflácia je charakterizovaná ako medziročná percentuálna zmena indexu spotrebiteľských cien. Index spotrebiteľských cien (CPI – Consumer price index) meria zmenu cenovej hladiny spotrebiteľského koša tovarov a služieb nakupovaných domácnosťami. Pre dáta z USA sme podobne ako pri makroekonomickej veličine HDP porovnali vývoj performujúcich úverov s vývojom inflácie za roky 1984 až 2015.

V prípade, že sa inflácia v USA pohybovala v intervale od 1 do 3 %, podiel performujúcich úverov bol zväčša v rovnovážnom stave, resp. mierne rástol. Naopak v prípade vysokej inflácie (viac ako 3 %), ako aj v prípade inflácie nižšej ako 1 % pozorujeme prepád podielu performujúcich úverov. Priemerná inflácia v USA za vybrané obdobia bola približne 2,76 %. Záporná inflácia sa objavila prvýkrát v roku 2008. Tento jav nastal po odsúhlasení veľkého kvantitatívneho uvoľňovania⁶ centrálnou

bankou USA na zmiernenie inflácie a naštartovanie rastu ekonomiky z dôvodu finančnej krízy. Podľa americkej centrálnej banky (Federal Reserve System) je pre konzistentný dlhodobý rast ekonomiky ideálna inflácia na úrovni 2 %. Z dát na grafe 3 pozorujeme, že inflácia najčastejšie oscilovala v už spomínanom intervale 1 až 3 %. Celkové úvery USA sme preto rozdelili na dve časti. Prvá časť sa skladala z kvartálnych úverových dát s medziročnou infláciou v uzavretom intervale 1 až 3 %. Druhá skupina dát obsahovala kvartálne dáta s medziročnou infláciou vyššou ako 3 %, ako aj kvartály s infláciou nižšou ako 1 %. Prechodové matice pravdepodobností, ktoré sme dostali po aplikovaní optimalizačnej funkcie, sú v tab. 4.

Výsledné prechodové matice sa v prípade rozdelenia období podľa výšky inflácie výrazne líšia. Pre obdobia s infláciou vyššou ako 3 %, resp. nižšou ako 1 % je vyššia pravdepodobnosť kreditnej migrácie z ratingu B do ratingu C, rovnajúca sa 26,7 %. Tiež pozorujeme vyššiu pravdepodobnosť celkového zlyhania úveru v prípade ratingu C. Z uvedených výsledkov vyplýva vzťah medzi rastom kreditnej migrácie a výškou inflácie. V prípade oscilácie inflácie okolo žiaducej hodnoty 2 % je kreditné riziko v podobe migrácie úverov do horších kategórií nižšie ako v prípade nízkej a vysokej inflácie.

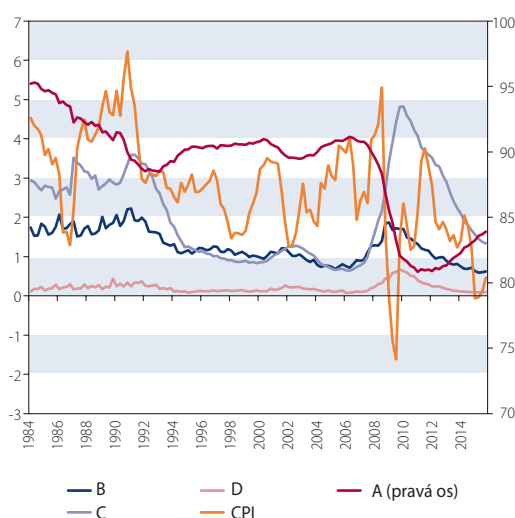
Podobne sme analyzovali dáta Slovenskej republiky a Českej republiky. Otestovali sme vplyv ekonomických cyklov, vplyv HDP a inflácie. V prípade oboch krajín sme dostali porovnateľné výsledky, pričom sa preukázal vplyv ekonomických cyklov aj makroekonomických veličín (HDP a inflácie).

ODHAD PRECHODOVÝCH MATÍC S VYUŽITÍM DÁT ZO SÚVAHOVÝCH ÚČTOV

Alternatívou k úverovým dátam pre odhad kreditných prechodových matíc môžu slúžiť aj finančné dáta korporátnych inštitúcií, konkrétne schopnosť firiem pokryť svoje dlhové záväzky. Pre tento spôsob odhadu prechodových pravdepodobností sme si zvolili pomerový ukazovateľ krytie dlhovej služby – ICR (*interest coverage ratio*). Pomerový ukazovateľ ICR sa považuje za základný ukazovateľ kredibility firmy.

$$ICR = \frac{EBITDA}{\text{úrokové náklady}}$$

Graf 3 Vývoj inflácie USA a podielov kvalitatívnych ratingov (v %)



Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/> a <https://data.oecd.org/price/inflation-cpi.htm> (obdobie 1984 – 2015), vlastné spracovanie.

Tabuľka 4 Odhadované prechodové matice pre kvartály s CPI v rôznych intervaloch

Kvartály s CPI v intervale < 1 %, 3 % >					Kvartály s CPI mimo intervalu < 1 %, 3 % >						
		Do ratingu						Do ratingu			
		A	B	C	D			A	B	C	D
Z ratingu	A	0,998	0,002	0,000	0,000	Z ratingu	A	0,998	0,002	0,000	0,000
	B	0,000	0,842	0,158	0,000		B	0,000	0,733	0,267	0,000
	C	0,000	0,000	0,898	0,102		C	0,000	0,061	0,829	0,110
	D	0,000	0,000	0,000	1,000		D	0,000	0,000	0,000	1,000

Zdroj údajov: <https://fdic.gov/bank/analytical/qbp/> a <https://data.oecd.org/price/inflation-cpi.htm> (obdobie 1984 – 2015), vlastné spracovanie.

⁶ Kvantitatívne uvoľňovanie predstavovalo opatrenie Fedu na vrátenie likvidity na trh. Podstatou bolo zníženie hlavnej refinančnej sadzby na úroveň 0 – 0,25 % od roku 2008.



7 FINSTAT: Analýza firiem – finančné údaje [online] [cit. 04.04.2016] Dostupné na: <<http://finstat.sk/analiza-firiem>>

Výpočet pravdepodobností prechodovej matice pomocou ukazovateľa ICR sme testovali na dátach z finančných závierok slovenských firiem. Pri výbere dát sme použili databázu Finstat,⁷ ktorá poskytuje prehľad účtovných závierok veľkého množstva firiem podnikajúcich na slovenskom území. Postup pri kategorizácii vybraných firiem a odhade prechodovej matice je znázornený na obrázku 1.

Pravdepodobnosti pre prechodovú maticu, ktoré sme získali po aplikovaní na proporčné dáta ukazovateľa ICR pre vybrané firmy, sú v tab. 5.

V odhadnutej prechodovej matici je štandardne najvyššia pravdepodobnosť zotrvania firmy v rovnakej kvalitatívnej skupine. Pri firmách s ratingom A bola pravdepodobnosť zotrvania aj v nasledujúcom roku v tom istom ratingu až 93,6 %. Pravdepodobnosti migrácie firiem do iných ratingov rástli spolu s nižšou kvalitou ukazovateľa ICR. Pri firmách s ratingom B bola pravdepodobnosť migrácie do najhoršej skupiny až 7,7 %. V prípade firiem s ratingom C pozorujeme 15 % pravdepodobnosť migrácie medzi firmy s ICR koeficientom väčším ako 1,5.

ZÁVER

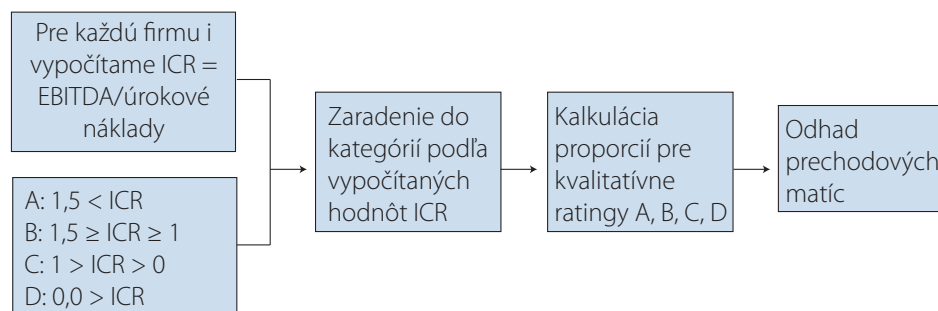
Testovanie skúmaných dát poukazuje na dôležité pozorovania a určuje princípy správneho odhadu prechodových matíc. Výsledky práce deklarujú významnú závislosť zmien v kvalite úverových portfólií pre rôzne ekonomické cykly. Táto skutočnosť poukázala na nižšiu kreditnú dynamiku v ekonomicky stabilných obdobiach v porovnaní s krízovými rokmi. Výber vhodnej prechodovej matice na výpočet kreditného portfóliového rizika je veľmi dôležitým

krokom správneho odhadu výšky neočakávaných strát. V práci sme testovali zhodu rozptylu v jednotlivých obdobiach s využitím Fisherovho testu. Rozptyly vybraných dát pre ekonomické cykly boli na hladine spoľahlivosti 99 % štatisticky rozdielne. V práci sa uvádza dôležitosť riadenia kreditnej dynamiky aj pre samostatné ekonomické sektory. V prípade korporátneho sektora by kapitálové požiadavky na neočakávané straty predstavovali z dôvodu vyššej pravdepodobnosti migrácie vyššie hodnoty ako pri retailových úveroch.

Predmetom skúmania bola aj významnosť vplyvu makroekonomických premenných, ako sú HDP a inflácia, na kreditné zmeny v ratingových kategóriách. Výsledky vo všetkých troch prípadoch potvrdili štatisticky významný vplyv. Zmeny HDP a inflácie úzko súvisia s monetárnou politikou v krajine. Z toho dôvodu môžeme povedať, že centrálné banky vedia pomocou uvedených makroekonomických veličín ovplyvňovať vývoj kreditného rizika v bankovom sektore. Tento vplyv je pre testované krajiny z dôvodu globálneho prepojenia nižší ako v minulosti a väčšiu úlohu zohrávajú významné zmeny v ekonomických cykloch. Zistenia práce kladú dôraz na včasný a do budúcnosti zameraný prístup riadenia kreditného rizika. Na základe simulácie budúcich kreditných kapitálových požiadaviek odporúčame zamerať sa na jednotlivé ekonomické sektory a prognózy vývoja makroekonomických veličín.

Okrem výpočtu kreditnej migrácie z proporčných dát úverových portfólií práca ponúka alternatívny zdroj dát pre odhad kreditných prechodových matíc. V tejto časti sme využili dáta z finančných výka-

Obrázok 1 Využitie ICR na odhad prechodových matíc



Zdroj: Zostavené podľa JONES, M. T.: *Estimating Markov Transition Matrices Using Proportions Data: An Application to Credit Risk*. IMF Working paper, 2005, s. 13.

Tabuľka 5 Odhadovaná prechodová matica podľa ukazovateľa ICR

		Do kvalitatívnej skupiny			
		A	B	C	D
Z kvalitatívnej skupiny	A	0,936	0,000	0,064	0,000
	B	0,012	0,873	0,039	0,077
	C	0,150	0,020	0,785	0,045
	D	0,000	0,000	0,000	1,000

Zdroj údajov: <http://finstat.sk/analiza-firiem>, obdobie 2007 – 2015, vlastné spracovanie.



zov, konkrétne údaje za EBITDA a úrokové náklady. Pomer týchto ukazovateľov hovorí o výške krytia dlhovej služby, a tým definuje kredibilitu dlžníka. Výsledky získané na základe uvedených dát majú vzhľadom na nízky počet firiem vo vzorke ilustratívny charakter, ale predstavujú možnú alternatívu pre výpočet prechodovej matice pre korporatívny sektor.

Na záver môžeme skonštatovať, že ekonomické cykly vplyvajú na stacionaritu pravdepodobností

kreditnej migrácie vo vybraných krajinách, čiže prvá hypotéza sa potvrdila. Rovnako sa potvrdila aj druhá hypotéza, v ktorej sme zisťovali, či existuje vzťah medzi kreditnou migráciou a makroekonomickými premennými, ako sú HDP a inflácia. Spoločnosti s finančným ukazovateľom ICR s hodnotu nižšou ako jeden mali vysokú pravdepodobnosť migrácie do horších ratingov, čím sa potvrdila aj tretia hypotéza.

Literatúra

1. ALTMAN, E. I., a SAUNDERS A.: *Credit Risk Measurement: Developments Over the Last 20 Years*. Journal of Banking and Finance, 1997. Vol. 21, s. 42 – 1721.
2. ANDERSON, T. W., a GOODMAN, L. A.: *Statistical inference about Markov chains*. The Annals of Mathematic Statistics. Beachwood. 1957, s. 89 – 100.
3. BANGIA, a kol.: *Ratings Migration and the Business Cycle, With Applications to Credit Portfolio Stress Testing*. Journal of Banking & Finance, Vol. 26, no. 2/3, 2000, s. 64 – 235.
4. BARTHOLOMEW, T. W., a GOODMAN, L. A.: *Stochastic Models for Social Processes* London. Wiley&Sons, 1973, druhá edícia, s. 538 – 539.
5. BLAHA Z. S.: *Řízení rizika a finanční inženýrství*. Praha. Management Press, 2004. 196 s. ISBN:80-7261-113-5.
6. BLAKE, D.: *Analyza finančních trhů*. Praha: Grada Publishing, 1995, 142 s. ISBN 80-7169-201-8.
7. BLUHM, CH., OVERBECK, L., a Wagner, CH.: *An Introduction to credit risk modeling*. New York: CRC Press LLC, 2003. 285 s. ISBN: 1-58488-326-X.
8. BOHDALOVÁ, M., GREGUŠ, M.: *Stochastické analýzy finančných trhov*. Univerzita Komenského, Bratislava, 2012, 183 s. ISBN 978-80-223-3318-4.
9. BOHDALOVÁ, M., GREGUŠ, M.: *The identification of key market risk factors for a portfolio of EU bonds*. Global business and economics anthology, Vol. 2, Iss. 2 (2011), s. 470 – 477.
10. BOHDALOVÁ, M.: *A comparison of value-at-risk methods for measurement of the financial risk*. In: The Proceedings of E-Leader - New York: CASA, 2007. - nestr. [6 s], E-Leader conference. Praha, 11. – 13. 6. 2007.
11. BOHDALOVÁ, M.: *Štatistické metódy vo finančných službách* [Dizertačná práca] – Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta managementu, Katedra informačných systémov. Školiteľka: doc. RNDr. Oľga Nánásiová, CSc. Bratislava 2006.
12. CIPRA, T.: *Matematika cenných papírů*. Praha: HZ Praha, 2000, 10 s. ISBN 80-86009-35-1,
13. COX, D. R., a MILLER, H. D.: *The Theory of Stochastic processes*. London. Methuen, 1965, 395 s.
14. CURRY, T., SHIBUT, L.: *The Cost of the Savings and Loan Crisis*. FDIC Banking Review, 13 (2). s. 26 – 35.
15. GREUNING, H., BRATANOVIC, S. B.: *Analyzing banking risk*. Washington: The World bank, 2009, 3. edícia, 442 s. ISBN 978-0-8213-7728-4.
16. HAMILTON, J. D.: *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*. Econometrica, 1989. Vol. 57, iss. 2. s. 84 – 357.
17. HNILICA, J., FOTR, J.: *Aplikovaná analýza rizika*. Praha: Grada Publishing, 2009, 262 s. ISBN 978-80-247-2560-4.
18. CHOVANCOVÁ, B. a kolektív: *Finančný trh*. Bratislava: Iura Edition, 2006, 611 s. ISBN 80-8078-089-7.
19. JACKULIAK, J.: *Meranie finančných rizík v bankovom sektore* [Diplomová práca] - Univerzita Komenského v Bratislave. Fakulta Managementu, Katedra ekonomie a financií. Školiteľ: RNDr. Mária Bohdalová, PhD. Bratislava 2012. 74 s.
20. JONES, M. T.: *Estimating Markov Transition Matrices Using Proportions Data: An Application to Credit Risk*. IMF working paper, 2005, 25 s.
21. KALBFLEISCH, J. D., a LAWLESS J. F.: *Least-Squares Estimation of Transition Probabilities From Aggregate Data*. Canadian Journal of Statistics, 12, 1984, s. 82 – 169.
22. KELTON, W. D., CHRISTINA M. L. KELTON: *Advertising and Intraindustry Brand Shift in the U.S. Brewing Industry – Journal of Industrial Economics*, 1982, s. 293 – 303.
23. LEE, T. C., JUDGE, G. G., a ZELLNER, A.: *Estimating the Parameters of the Markov Probability Model From Aggregate Time Series Data*. Amsterdam, 1970, 25 s.
24. LINDGREN, C. J., GILLAN, G., a SAAL, M. I.: *Bank Soundness and Macroeconomic Policy*. Washington: International Monetary Fund 1996, s. 40 – 53.
25. MACRAE, CHASE E.: *Estimation of Time - Varying Markov Processes with Aggregate Data*, Econometrica. 1977, Vol. 45, iss 1, s. 98 – 183.
26. NICKELL, P., PERRAUDIN, W., a VAROTTO, S.: *Stability of Rating Transitions*, Journal of Banking&Finance. 2000, Vol. 24, Iss. 1–2, s. 27 – 203.
27. SAUNDERS, A., ALLENC, L.: *Credit Risk Measurement In and Out of the Financial Crisis*. New Jersey: John Wiley&Sons, Inc, 2010, 380 s. ISBN 978-0-470-47834-9.

Internetové zdroje:

1. ARAD: *Databáza časových radov Českej národnej banky* [online] 2016 [cit. 2.3.2016] Dostupné na: <<http://www.cnb.cz/docs/ARADY/HTML/index.htm>>
2. ARTZNER, P., DEDLBEAN, F., EBER, J. M., HEATH D.: *Coherent Measures of Risk. – Mathematical Finance*. [online] 2011. [cit. 30.10.2015] Dostupné na: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/1467-9965.00068/epdf>>
3. BEA: *Bureau of Economic Analysis*. [online] 2016. [cit. 16.1.2016] Dostupné na: <http://www.bea.gov/iTable/index_nipa.cfm>
4. FINSTAT: *Analyza firiem – finančné údaje* [online] 2016. [cit. 4.4.2016] Dostupné na: <<http://finstat.sk/analiza-firiem>>
5. FDIC: *Federal Deposit Insurance Corporation*. [online] 2016. [cit. 12.1.2016] Dostupné na: <<https://www.fdic.gov/about/learn/symbol/>>
6. KOHÚTIKOVÁ, E.: *Basel III bude mať dopad na financovanie a hospodárenie podniku*. [online] 2012. [cit. 15.09.2015] Dostupné na: <http://www.zpns.sk/index.php?option=com_docman&task=doc_details&gid=677&Itemid=29>
7. NBS: *Štatistická databáza*. [online] 2016. [cit. 2.2.2016] Dostupné na: <<http://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje/menova-a-bankova-statistika/statisticke-udaje-penaznych-financnych-institucii/uvetry>>
8. NBS: *Transformácia bankového sektora*. [online] 2016. [cit. 5.3.2016] Dostupné na: <http://www.nbs.sk/_img/Documents/PUBLIK/1996_Transformacia%20bankoveho%20sektora.pdf>
9. Risk History: *The Origins and Evolution of Credit Risk Management*. [online] 2004. [cit. 10.01.2016] Dostupné na: <<http://www.eraider.com/images/articles/RiskHistory1.pdf>>
10. OECD Data: *Inflation* [online] 2016. [cit. 10.04.2016] Dostupné na: <<https://data.oecd.org/price/inflation-cpi.htm>>