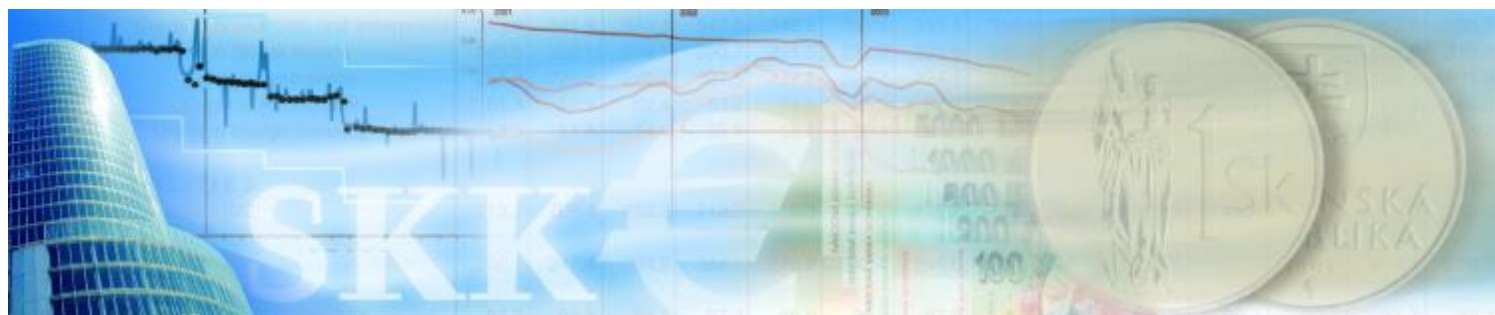




NÁRODNÁ BANKA SLOVENSKA

Michal Benčík

METÓDY DETEKČIE NEROVNOVÁHY V REÁLNEJ EKONOMIKE SR



Výskumná štúdia
2/2008

© Národná banka Slovenska

<http://www.nbs.sk/>

Imricha Karvaša 1

813 25 Bratislava

research@nbs.sk

Apríl 2008

ISSN: 1337 - 5830

Práca neprešla jazykovou úpravou.

Prezentované názory a výsledky v tejto štúdii sú názormi autora a nevyjadujú oficiálne stanovisko Národnej banky Slovenska.

Všetky práva vyhradené.

Krátke časti textu, nie viac ako dva odseky, môžu byť citované bez predchádzajúceho súhlasu autora, pokiaľ bude úplne uvedený zdroj.



NÁRODNÁ BANKA SLOVENSKA

Výskumná štúdia 2/2008

Metódy detekcie nerovnováhy v reálnej ekonomike SR*

Michal Benčík

Odbor výskumu NBS

michal.bencik@nbs.sk

Abstrakt

Táto štúdia prezentuje deväť vybraných metód výpočtu nerovnováhy v reálnej ekonomike s ich aplikáciou na Slovenskú republiku. Osem z nich slúži na výpočet relatívnej produkčnej medzery, jedna slúži na výpočet širšieho kompozitného ukazovateľa. Z hľadiska nízkej výpočtovej náročnosti sú výhodné hlavne Hodrickov-Prescottov filter a jednoduchý časový trend. Ekonomickú teóriu najlepšie zohľadňuje prístup s použitím produkčnej funkcie a viacrozmerný filter s nepozorovanými premennými, ktorý je schopný zohľadniť aj diskrétné ponukové šoky. Výsledky všetkých metód sa zhodujú v tom, že hospodársky vývoj na Slovensku od roku 1996 do roku 2006 je možné rozdeliť na tri rôzne etapy: nerovnovážny rast s expanzívnu hospodárskou politikou do konca roku 1998, kontrakcia a postupná konsolidácia od roku 1999 do roku 2002 a postupná akcelerácia rastu od roku 2003 do súčasnosti.

JEL klasifikácia: E32

Kľúčové slová: hrubý domáci produkt, produkčná medzera, filter, produkčná funkcia, VAR

Recenzent: Juraj Valachy

Voľne prístupné na <http://www.nbs.sk/PUBLIK>

* Poďakovanie patrí Jurajovi Valachymu za jeho podnetné pripomienky.

1. Úvod a základné definície.

Hospodársky výkon každej krajiny meraný jej hrubým domácim produktom je výsledkom pôsobenia výrobných faktorov – práce, kapitálu a technického pokroku. Tieto výrobné faktory teda zodpovedajú ponukovej stránke ekonomiky. Ak sa dopyt po výrobných faktoroch (pri zvýšenej alebo zníženej úrovni produkcie) odchýli od ich udržateľnej ponuky, v ekonomike nastáva nerovnováha. Táto nerovnováha predstavuje odklon od optimálneho stavu, pretože ak sa produkcia zvýši nad určitú úroveň, ceny výrobných faktorov budú mať tendenciu rásť a tento rast sa v určitom časovom horizonte premietne aj do cien finálnej produkcie. Ak však bude produkcia príliš nízka, ceny síce porastú pomalšie, ale ekonomika nebude optimálne využívať svoje zdroje

Z uvedenej úvahy je zrejماً užitočnosť konceptu rovnovážnej úrovne hospodárskej aktivity – potenciálneho produktu. Táto úroveň finálnej produkcie (HDP) na jednej strane zodpovedá optimálnemu využitiu zdrojov v danej ekonomike, na druhej strane neohrozuje cenovú stabilitu. Predstavuje teda optimálne kompromisné riešenie vyššie uvedeného problému voľby medzi hospodárskym rastom a infláciou. Potenciálny produkt sa najčastejšie definuje priamo a pomocou inflácie (nepriamo). Podľa priamej definície je potenciálny produkt taká úroveň HDP, ktorá zodpovedá maximálnej trvalo udržateľnej produkcii. Podľa definície pomocou inflácie potenciálny produkt je najvyššia úroveň HDP, pri ktorej inflácia neakceleruje nad svoju rovnovážnu úroveň ani v krátkodobom, ani v dlhodobom horizonte. V ekonomickej literatúre sa vyskytuje aj pojem kapacita, ktorý však spravidla označuje maximálnu produkciu bez zvláštneho zreteľa na jej udržateľnosť. Kapacita je teda rôzna (vyššia) od potenciálneho produktu.

Pre previazanosť potenciálneho produktu s infláciou je tento koncept veľmi dôležitý pre určenie optimálnej monetárnej politiky. Monetárna politika má zvyčajne za hlavný cieľ cenovú stabilitu. Ako vedľajší cieľ sa však často vyskytuje zachovanie harmonického rastu ekonomiky (bez vnútorných a vonkajších nerovnováh). Podmienka harmonického rastu vlastne znamená udržiavanie ekonomiky čo najbližšie úrovni potenciálneho produktu. Pre centrálnu banku alebo iné inštitúcie, vykonávajúce monetárnu politiku je preto tento koncept veľmi dôležitý a v podobe produkčnej medzere vstupuje buď implicitne alebo explicitne do pravidiel rozhodovania centrálnej banky.

Na rozdiel od hrubého domáceho produktu, potenciálny produkt je nepozorovateľný. Pri jeho výpočte sa vychádza z predpokladov, ktoré nejakým spôsobom konkretizujú buď priamu alebo nepriamu definíciu potenciálneho produktu a umožňujú ho vypočítať z pozorovateľných veličín. Je teda zrejmé, že v praxi sa môžeme stretnúť s rôznymi odhadmi potenciálneho produktu, ktoré zodpovedajú rôznym predpokladom, na základe ktorých boli vypočítané. Pri voľbe medzi navzájom si odporujúcimi odhadmi treba mať na zreteli, ktorá metóda výpočtu má pre danú krajinu realistickejšie predpoklady. Predpoklady každej metódy majú svoj štatistický a niekedy aj ekonomický aspekt.

Rozdiel skutočnej úrovne HDP a potenciálneho produktu nazývame absolútna produkčná medzera. Častejšie sa používa relatívna produkčná medzera, t. j. podiel absolútnej produkčnej medzery na skutočnom HDP, ktorá sa definuje aj ako rozdiel logaritmov skutočného a potenciálneho produktu. Je to hlavný ukazovateľ nerovnováhy v reálnej ekonomike. Ak je kladná, ekonomika sa prehrieva a inflácia má tendenciu akcelerovať. Ak je záporná, inflácia býva (*ceteris paribus*) nižšia ako jej rovnovážna úroveň. Pôsobením rôznych prispôsobovacích mechanizmov a proticyklickej hospodárskej politiky v dlhodobom

horizonte skutočný produkt osciluje okolo potenciálneho produktu. Zo štatistického hľadiska je preto vhodné predpokladať, že produkčná medzera je stacionárna, ale silne autokorelovaná. Potenciálny produkt je výsledkom úrovni výrobných faktorov – stavových veličín, ktoré sa kumulujú z prírastkov. Preto ho možno zo štatistického hľadiska považovať za súčtový proces, ktorý je nestacionárny (môže byť trendovo stacionárny alebo stacionárny v prírastkoch). Tieto predpoklady sú dôležité pri niektorých metódach výpočtu. Obvykle sa používa relatívna produkčná medzera, t. j. rozdiel skutočného a potenciálneho produktu vydelený skutočným produktom alebo rozdiel logaritmov skutočného a potenciálneho produktu.

V dynamických stochastických modeloch všeobecnej rovnováhy (DSGE) sa predpokladá, že ekonomika sa odchyľuje od svojej dlhodobej trajektórie pre nepružnosť cien. Z toho vyplýva, že produkčnú medzeru možno definovať pomocou skutočného produktu a produktu získaného za predpokladu, že ceny sa prispôbujú okamžite.

Niekedy, hlavne v malých otvorených ekonomikách sa nerovnováha môže „preliat“ do iného makroekonomického ukazovateľa. Inflácia potom môže byť pomerne nízka aj pri kladnej produkčnej medzere. V tejto situácii bežné metódy môžu zlyhávať, napríklad nadhodnocovať potenciálny produkt ak sa menia preferencie spotrebiteľov a dopyt sa kryje zvýšeným dovozom alebo podhodnocovať ho pri rýchlom technickom pokroku. Tieto abnormálne situácie môžu pretrvávajúť aj desiatky mesiacov bez toho, aby sa to podstatne prejavilo v inflácii. Tu treba použiť širší ukazovateľ ako produkčná medzera, ktorý zohľadňuje aj iné nerovnováhy v ekonomike.

V tejto práci rozoberieme niekoľko najpoužívanejších metód na výpočet produkčnej medzery. Každú z týchto metód aplikujeme na údaje za Slovenskú republiku a rozoberieme silné a slabé stránky použitých metód. Nakoniec na základe výsledkov jednotlivých metód zhodnotíme pohyby produkčnej medzery od roku 1996 do roku 2006.

1.1 Typy metód na výpočet produkčnej medzery.

Metódy na určenie produkčnej medzery sú veľmi rôznorodé. V zásade ich však možno rozdeliť na jednorozmerné metódy, ktoré sú založené na jednoduchých štatistických predpokladoch a viacrozmerné metódy, ktoré v rôznej miere zahŕňujú aj ekonomické predpoklady, ktorých platnosť je možné overiť na základe pozorovaných údajov alebo expertného posúdenia

Do prvej skupiny metód patria:

- Metódy založené na časovom trende
- Jednorozmerný Hodrick-Prescottov filter
- Pásmový („band pass“) filter
- Jednorozmerná Beveridge-Nelsonova dekompozícia

Do skupiny viacrozmerných metód patria:

- Výpočet nerovnováhy z vážených signálov
- Určenie potenciálneho produktu produkčnou funkciou
- Štruktúrny vektorovo-autoregresný model
- Viacrozmerná Beveridge-Nelsonova dekompozícia
- Viacrozmerný Kalmanov filter

Tieto metódy sa v literatúre vyskytujú najčastejšie, ale je aj veľa metód, ktoré rôznym spôsobom obmieňajú použité predpoklady a spravidla vedú k zložitejším a abstraktnejším výpočtom.

2. Jednorozmerné metódy

2.1 Metódy založené na časovom trende

Najjednoduchší predpoklad o potenciálnom produkte je, že rastie exponenciálne (s konštantnými tempami rastu). Z toho vyplýva, že odhad produkčnej medzery môžeme získať ako reziduá z regresnej rovnice s logaritmom skutočného HDP na ľavej strane a konštantou a časovým trendom na pravej strane:

$$\text{Log}(y) = \beta_0 + \beta_1 T_t + u_t,$$

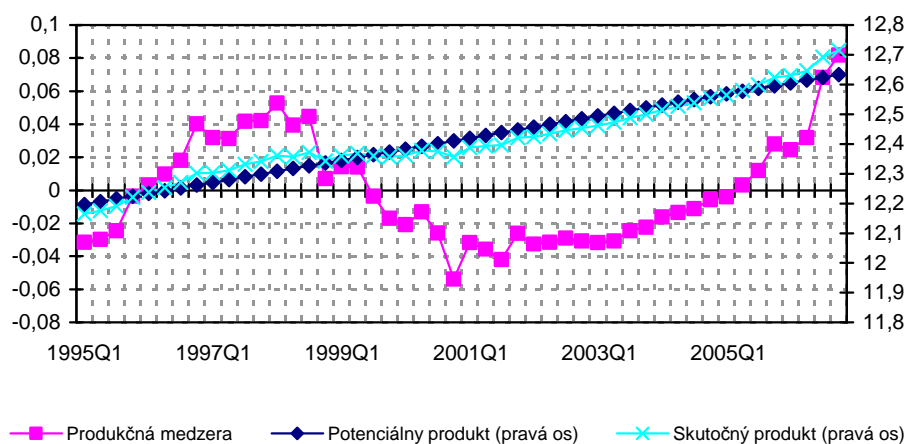
Časový trend má celočíselnú hodnotu v prvom období, napr. $T_1=1$ a v nasledujúcich obdobiach platí $T_t = T_{t-1} + 1$. Z odhadu rovnice jednoduchou metódou najmenších štvorcov vyplýva, že priemerná produkčná medzera (ktorá zodpovedá reziduálom) sa rovná nule. Táto metóda je veľmi intuitívna a nenáročná na výpočty, ale jej jednoduchý predpoklad je aj jej najväčšou nevýhodou.

Pre odhad pre Slovenskú republiku sme použili logaritmus sezónne očisteného HDP v stálych cenách (y) a časový trend s $T=20$ pre prvý štvrťrok 1995. Výsledná rovnica mala tvar (ďalšie parametre uvádzame v prílohe):

$$\text{Log}(y) = 12.01154 + 0.009 * T$$

Parameter 0,009 znamená priemerné štvrťročné tempo rastu potenciálneho (aj skutočného) produktu. Z reziduálov sme získali produkčnú medzeru, ktorej priebeh znázorňuje graf č. 1.

Graf č. 1 Produkčná medzera získaná pomocou jednoduchého trendu.



Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Túto metódu možno rozšíriť na prípady, keď na základe iných informácií vieme, že tempo rastu potenciálneho produktu sa v určitom období menilo (nastal zlom). Predpokladajme, že

vieme, že štruktúrne zlomy nastali v obdobiach $T=a$, $T=b$ a $T=c$. Môžeme zaviesť premenné w_{1t} , w_{2t} , w_{3t} a w_{4t} tak, že

$$w_{1t} = T, w_{2t} = 0 \text{ pre } T \leq a, w_{3t} = 0 \text{ pre } T \leq b, w_{4t} = 0 \text{ pre } T \leq c$$

a

$$w_{2t} = T-a \text{ pre } a < T, w_{3t} = T-b \text{ pre } b < T, w_{4t} = T-c \text{ pre } c < T$$

Potom odhadneme rovnicu:

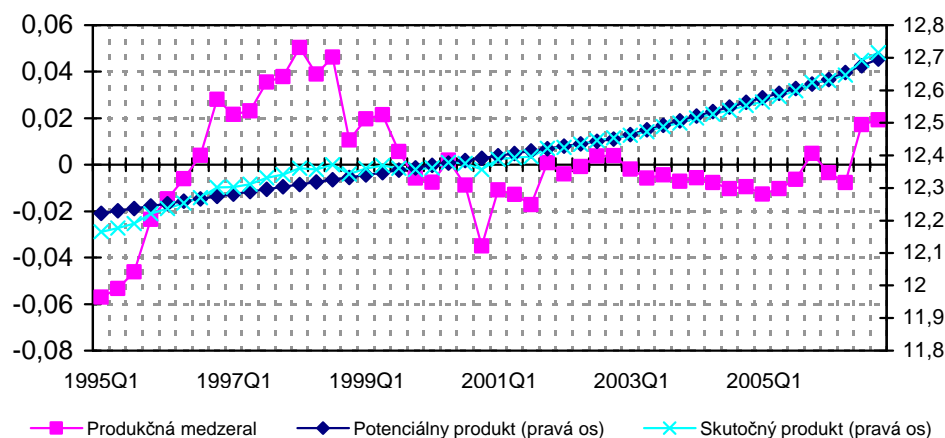
$$\text{Log}(y) = \beta_0 + \beta_1 w_{1t} + \beta_2 w_{2t} + \beta_3 w_{3t} + \beta_4 w_{4t} + u_t$$

Produkčnú medzeru opäť získame ako reziduály.

Tento odhadový tvar sme aplikovali pre prípad zlomov v roku 2003 a na začiatku roku 2006. Body zlomu sme určili na základe predpokladu, že v týchto obdobiach sa do prevádzky zaradili významné továrne financované z priamych zahraničných investícií. Odhady podľa vyššie uvedeného tvaru poskytli síce významné parametre. Keďže umelá premenná zodpovedajúca zlomu v roku 2006 mala iba štyri nenulové pozorovania, zaviedli sme do tohto odhadu istý druh „problému koncového bodu“ – vyrovnávanie malo tendenciu položiť produkčnú medzeru rovnú nule. Okrem toho bol získaný parameter pri tejto premennej vysoký a z dlhodobého hľadiska nepravdepodobný. Preto sme odhadli tvar, kde sme na parametre pri premenných zodpovedajúcich zlomom položili podmienku rovnosti. Táto rovnosť nebola výrazne zamietnutá F testom (hladina významnosti asi 15 %) a čo je dôležitejšie, eliminuje apriórnu tendenciu predchádzajúceho odhadu položiť produkčnú medzeru na konci roku 2006 rovnú nule. Príslušná rovnica mala tvar:

$$\text{LOG}(y^*) = 12.1 + 0.007 * t + 0.007 * ((t-51) * (t > 51) + (t-64) * (t > 64))$$

Produkčná medzera sa značne líši od predchádzajúceho výsledku a pre jej lepšie pochopenie sme zobrazili aj skutočný a potenciálny produkt.

Graf č. 2 Produkčná medzera s trendom, so zlomom v roku 2003 a 2006

Zdroj: ŠÚ SR, vlastné výpočty

Produkčná medzera je oveľa bližšie k nule a v roku 2002 dočasne nadobúda kladné hodnoty. Po zavedení zlomu sa oproti jednoduchému trendu zvýšila variabilita potenciálneho produktu a tým sa produkčná medzera priblížila k nule. Týmto spôsobom predefinujeme odchýlku, ktorú sme doteraz považovali za nerovnováhu na zmenu rovnovážnej trajektórie na základe nášho (subjektívneho) posúdenia.

O rozšíreniach metódy jednoduchého časového trendu všeobecne platí, že môžu mať pozitívny význam v špeciálnych situáciách. Relaxácia predpokladu o konštantnom tempe rastu je za cenu potreby explicitne definovať body zlomu. Tento aspekt zavádzania bodov zlomu a „rozvíjania“ metód s časovým trendom považujeme za veľkú nevýhodu - prejavy ekonomických zmien sa a priori priradia do zmien potenciálneho produktu, namiesto toho aby sa analyzovali. Na druhej strane, práve v malých tranzitívnych krajinách, ako je Slovensko, môžu veľké objemy PZI alebo iné ponukové šoky vyvolať takúto zmenu v trende.

K metódam založeným na časovom trende sa radí aj metóda výpočtu kapacity spájaním vrcholov (peak to peak interpolation), ktorú vyvinul Klein (1960). Možno ju ilustrovať tým, že na grafe úrovne HDP, ktorý má tvar zvlnenej exponenciálnej krivky sa jednotlivé vrcholy (maximá), zodpovedajúce najvyšším bodom hospodárskeho cyklu, pospájajú úsečkami. Táto metóda teda predpokladá, že ročné prírastky kapacít sú konštantné pre každý hospodársky cyklus.

2.2 Hodrick-Prescottov filter

Namiesto predpokladu o konštantnom tempe rastu možno prijať predpoklad, že tempo rastu podlieha menším, ale plynulým zmenám a že prudšie zmeny v skutočnom HDP zodpovedajú posunom produkčnej medzery. Plynulý pohyb potenciálneho produktu možno odvodiť z predpokladu, že výrobné faktory podliehajú v spojitom čase mnohým malým zmenám, ktoré sú mierne autokorelované. Pri výpočte sa však používa princíp minimalizácie – kombinácia súčtu štvorcov odchýlok potenciálneho produktu od skutočného produktu a súčtu štvorcov druhých diferencií potenciálneho produktu. Hodrick a Prescott (1998) definovali vzorec, kde potenciálny produkt je výsledkom optimalizačnej úlohy,

$$\min_{\{ypot_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - ypot_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(ypot_{t+1} - ypot_t) - (ypot_t - ypot_{t-1})]^2 \right\}$$

kde y je logaritmus skutočného produktu a $ypot$ je logaritmus potenciálneho produktu.

Táto minimalizačná úloha vedie k optimálnym hodnotám $ypot$, ktoré sú váženými priemerami všetkých skutočných hodnôt, takže maticovo zapísané platí:

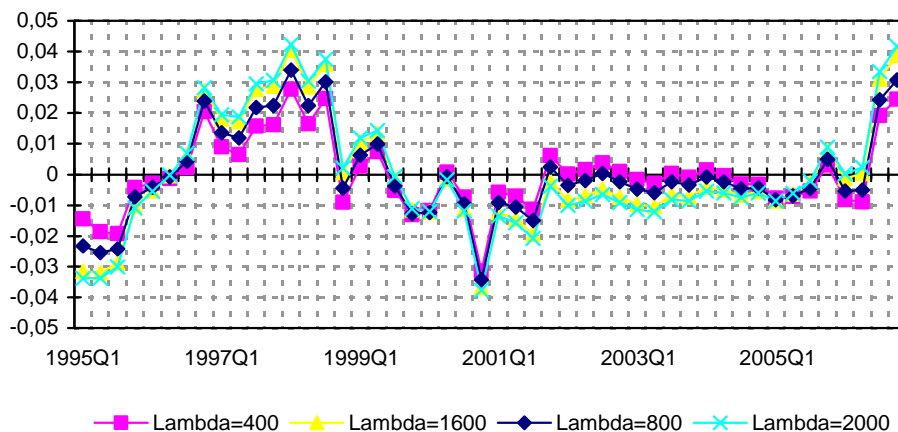
$$\begin{bmatrix} ypot_1 \\ \mathbf{M} \\ ypot_T \end{bmatrix} = (I + \lambda K'K)^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ \mathbf{M} \\ y_T \end{bmatrix} \text{ kde } K \text{ je matica } T \times T+2 \text{ s prvkami } k_{ij} = 1 \text{ pre } j=i \text{ a } j=i+2, k_{ij} = -2$$

pre $j=i+1$ a $k_{ij}=0$ pre ostatné prvky, má teda tvar:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \mathbf{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \mathbf{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{L} & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{L} & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Logaritmus skutočného HDP označíme y a potenciálny produkt $ypot$. Prvý člen účelovej funkcie zaručuje, že potenciálny produkt sa bude pohybovať okolo skutočného produktu, podobne ako sa vyrovnané hodnoty pohybujú okolo skutočných v regresnej analýze. Druhý člen účelovej funkcie zaručuje hladký priebeh potenciálneho produktu. Parameter λ vyjadruje relatívnu dôležitosť hladkosti potenciálneho produktu. Pre $\lambda = 0$, potenciálny produkt je identický so skutočným produktom a produkčná medzera je rovná nule. Pre $\lambda = \infty$ má potenciálny produkt konštantné tempo rastu a je rovnaký ako pri výpočte pomocou jednoduchého časového trendu, tak ako produkčná medzera. Tento parameter treba zvoliť exogénne. Jeho hodnota výrazne ovplyvňuje získané odhady – čím je nižší, tým menšie sú výkyvy produkčnej medzery a tým variabilnejší je potenciálny produkt.

Graf č. 3 – Produkčná medzera z Hodrickovho –Prescottovho filtra



Zdroj: vlastné výpočty

Graf č. 3 znázorňuje odhady produkčnej medzery touto metódou pre rôzne hodnoty λ . Štandardne sa používajú hodnoty, ktoré sa osvedčili ako vhodné pre ekonomiku USA: $\lambda = 100$ pre ročné údaje a $\lambda = 1600$ pre štvrtročné údaje, čo zodpovedá dĺžke cyklu asi 8 rokov. Nie je to striktné pravidlo (napr. pri krátkych časových radoch možno použiť menšie hodnoty λ).

Inou významnou nevýhodou najpoužívanejšej, obojstrannej verzie tejto metódy je, že na začiatku a konci odhadového obdobia má tendenciu priblížiť potenciálny produkt skutočnému produktu. Toto je o to vážnejší problém, že hodnoty najbližšie súčasnosti sú obvykle najdôležitejšie. Súvisí to s vyššie uvedenými váhami. Pre pozorovania potenciálneho produktu z prostriedku časového radu majú zodpovedajúce pozorovania z časového radu skutočného produktu pomerne malú váhu, pretože staršie aj novšie pozorovania skutočného produktu vstupujú do hodnoty potenciálneho produktu s približne symetrickými váhami. Naproti tomu na koncoch časového radu nemôže byť filter symetrický, pretože novšie alebo staršie pozorovania skutočného produktu nie sú k dispozícii a preto vzrastá váha súčasného pozorovania. Do istej miery sa dá tento problém riešiť tým, že časový rad sa predĺži nejakou jednoduchou metódou (napríklad s použitím tempa rastu z posledných známych pozorovaní) o niekoľko štvrtrokov a minimalizačná úloha sa aplikuje na predĺžený časový rad. Iný spôsob korekcie spočíva vo variabilnej váhe λ (zvyšuje sa pre koncové pozorovania), tak ako to popisuje Bruchez (2003). V našom prípade môžeme predpokladať, že prudký rast skutočného HDP je spôsobený rastom potenciálneho produktu (podobne ako pri výpočte s lomeným trendom) a nie otváraním kladnej produkčnej medzery. Z grafu je zrejmé, že použité filtre vo všetkých prípadoch indikujú kladnú produkčnú medzeru na konci roku 2007. To znamená, že v našom prípade zvýšená variabilita skutočného produktu prevážila tendenciu tejto metódy konvergovať v koncovom bode k nule. Preto problém koncového bodu v tomto prípade nepovažujeme za limitujúci a akceptujeme výsledky s konštantným vyrovnávacím faktorom λ .

Hodrickov-Prescottov filter možno rozšíriť o stochastické ohraničenia (najčastejšie Philipsovú krivku), pričom do účelovej funkcie vstupuje suma štvorcov náhodných zložiek z týchto ohraničení. Minimalizačná úloha na viazaný extrém má tvar (logaritmus HDP je y , logaritmus produkčnej medzery je $ypot$, z_t a x_t sú iné premenné),

$$\min_{\{ypot_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - ypot_t)^2 + I \sum_{t=2}^{T-1} [(ypot_{t+1} - ypot_t) - (ypot_t - ypot_{t-1})]^2 \right\} - I_e \sum_{t=1}^T e_t^2$$

za podmienky že $x_t = f(ypot_t, x_t) + \varepsilon_t$.

Je to viacrozmerná metóda, ktorú na slovenskú ekonomiku aplikovala Štekláčová (2003). Svojou ekonomickou logikou sa mierne podobá na viacrozmerný Kalmanov filter, pretože aj tam sa produkčná medzera určuje tak, aby boli splnené nejaké stochastické behaviorálne rovnice, i keď samotný potenciálny produkt a produkčná medzera sa určuje inak.

2.3 Pásmový (band-pass) filter

Ak sa skutočný produkt líši od potenciálneho, niektoré čiastkové trhy sú v nerovnováhe a cez rôzne kanály posúvajú skutočný produkt smerom k potenciálnemu produktu. Aj hospodárska politika sa snaží stimulovať ekonomiku, ak je produkčná medzera záporná a pribzďovať rast,

ak sa ekonomika prehrieva – pôsobí na zmiernenie fáz hospodárskemu cyklu, je proticyklická. Prispôsobovacie mechanizmy a proticyklická hospodárska politika spôsobujú, že skutočný produkt osciluje okolo potenciálneho produktu. Produkčná medzera má potom tvar kmitov, veľkosť a perióda ktorých závisí na sile faktorov, ktoré vracajú skutočný produkt k potenciálnemu. Strednodobé hospodárske cykly sú v ekonomickej teórii známe už dávnejšie. Tradične rozoznávame Kitchenove cykly, ktoré sú zapríčinené fluktuáciami v zásobách a trvajú tri až 5 rokov a Juglarove cykly, ktoré súvisia s investíciami a trvajú 8 až 10 rokov. Podľa tohto prístupu teda potenciálny produkt možno získať, keď od skutočného produktu oddelíme cykly určitých frekvencií. Výpočet produkčnej medzery spočíva v odfiltrovaní týchto cyklov od časového radu skutočného HDP.

Skúmame funkciu x , ktorá je periodická s periódou $2L$, na intervale $(-L, L)$. Túto funkciu môžeme vyjadriť ako nekonečný vážený súčet deterministických periodických funkcií (sínus a kosínus s rôznymi periódami):

$$x = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{np\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{np\pi x}{L}\right) \right], \text{ kde príslušné váhy}$$

$$\text{majú hodnoty: } a_0 = \int_{-p}^p f(x) dx, \quad a_n = \int_{-p}^p f(x) \cos(nx) dx, \quad b_n = \int_{-p}^p f(x) \sin(nx) dx.$$

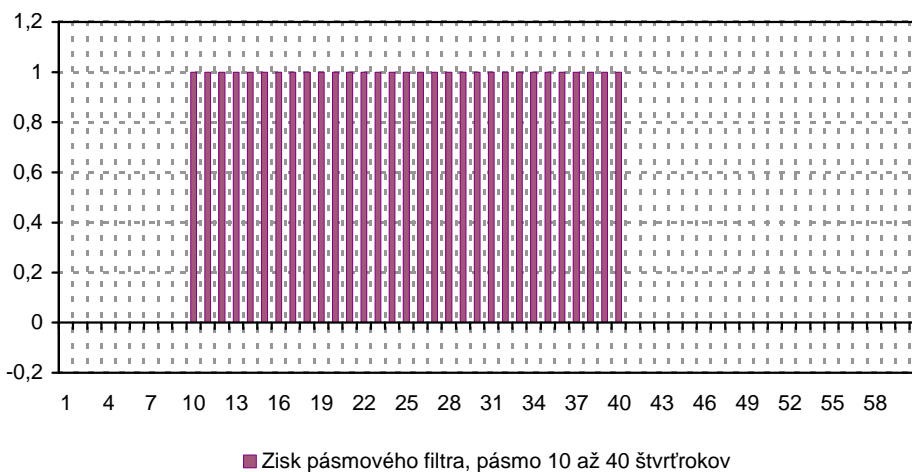
Tento rozvoj periodickej funkcie sa nazýva Fourierov rad. Všeobecná periodická funkcia sa rozkladá na súčet jednoduchých periodických funkcií s frekvenciami vyššími ako má pôvodná funkcia. Fourierov rad možno zovšeobecniť tým, že L necháme ísť do nekonečna a pripustíme funkciu definovanú v diskretných bodoch. Dostaneme tak diskretnú Fourierovu transformáciu, ktorú môžeme aplikovať aj na časové rady. Pomocou tejto transformácie definujeme stochastické premenné v Cramerovej reprezentácii a pomocou tejto reprezentácie môžeme odvodiť váhy pásmového filtra.

Majme nejaký časový rad y_t . Lineárny filter definujeme ako vážený priemer minulých, prítomných a budúcich hodnôt tohto časového radu. Aplikáciou tohto filtra získame filtrovaný

$$\text{časový rad } yf_t: yf_t = A[y]_t = \sum_{u=-\infty}^{\infty} a_u y_{t-u} = y_t \sum_{u=-\infty}^{\infty} a_u L^u.$$

Ak vyjadříme pôvodný časový rad Fourierovou transformáciou, pre daný filter možno definovať funkciu zisku, ktorá pre každú frekvenciu definuje, s akou váhou prechádza táto frekvencia z pôvodného časového radu do filtrovaného časového radu. Ak sa nejaká frekvencia má celkom potlačiť, zisk filtra pre túto premennú bude rovný jednej, ak sa však daná frekvencia v úplnosti zachovať vo filtrovanom rade, zisk filtra bude rovný nule. Závislosť zisku filtra na frekvencii alebo perióde (perióda je nepriamo úmerná frekvencii) možno vyniesť na graf. Pre filter, ktorý má odfiltrovať z časového radu cykly s periódou od 10 do 40 štvrtrokov vyzerať nasledovne:

Graf č. 4 Zisk (frekvenčného) pásmového filtra



Ilustratívny príklad

Uvažujme o nejakom stacionárnom časovom rade, ktorý budeme aproximovať periodickými stochastickými funkciami. Tento časový rad y_t bude mať Cramerovu reprezentáciu, ktorá ju určuje ako integrál navzájom ortogonálnych stochastických periodických premenných $\xi(\omega)$ s frekvenciou ω , ktoré sú transformáciami pôvodného časového radu y_t :

$$y_t = \int_{-p}^p x(\omega) d\omega$$

Filtrovaný časový rad y_t^f vypočítame, ak pre požadované frekvenčné pásmo definujeme vhodné váhy $a(\omega)$ pre jednotlivé frekvencie ω , ktorými vynásobíme zložky integrálu, čím vyberieme požadované frekvenčné pásmo:

$$y_t^f = \int_{-p}^p a(\omega) x(\omega) d\omega$$

Ideálny dolný filter, ktorý ponechá z pôvodného časového radu y všetky cykly s frekvenciou nižšou ako $\underline{\omega}$ získame ako

$$y^f = b(L)y, \text{ kde } b(L) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} b_h L^h \text{ pričom } b_h \text{ sú } b_0 = \underline{\omega}/\pi \text{ a } b_h = \sin(h\underline{\omega})/(h\pi).$$

Všimnime si, že tento filter má tvar nekonečného súčtu. Pri konečnom počte pozorovaní musíme filtrovaný časový rad y^f aproximovať ako $y^f = a(L)y$, kde

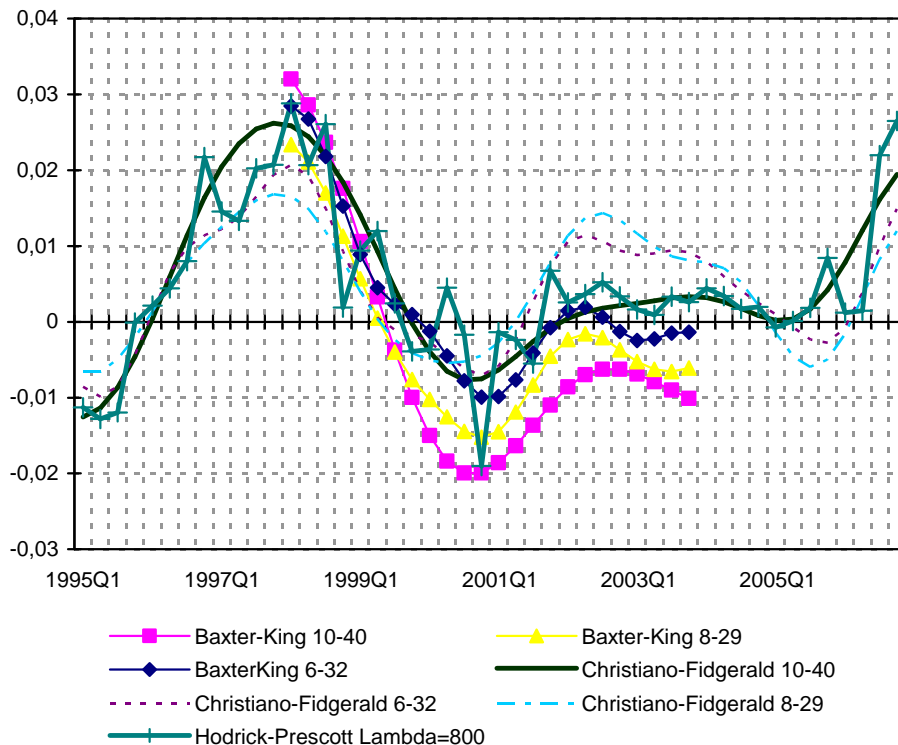
$$a(L) = \sum_{h=-K}^K a_h L^h, \text{ kde za určitých predpokladov } a_h = b_h \text{ a } K \text{ je maximálny časový posun. Od}$$

určitého časového posunu teda členy súčtu zanedbáme. V našom kontexte je dôležitá podmienka, aby zisk dolného filtra pre frekvenciu $\omega = 0$ bol rovný jednej (povedie to k pásmovému filteru s vhodnými vlastnosťami). To vedie k váham dolných filtrov $a_h = b_h + \theta$, kde konštanta θ závisí na K , ale je rovnaká pre všetky h (podrobnosti v práci Baxter a King, 1995). Toto je jednoduchý dolný filter pre konečné časové rady.

Najjednoduchší pásmový filter, ktorý z daného časového radu oddelí určité pásmo frekvencií, získame ako rozdiel dvoch dolných filtrov, kde menšenec má väčšiu hraničnú frekvenciu ω ako menšiteľ. Váhy pásmového filtra sú rozdielom váh použitých dolných filtrov, takže majú tvar $(\bar{b}_h - \underline{b}_h) - (\bar{q}_h - \underline{q}_h)$, kde horná a dolná čiara znamená váhu, resp. konštantu dolného filtra pre hornú, resp. dolnú hranicu pásma.¹ Pre integrované časové rady (čo pravdepodobne bude náš prípad) požadujeme, aby filtrovaný časový rad (produkčná medzera) bol stacionárny. Potom musí platiť, že zisk filtra pre frekvenciu $\omega = 0$ musí byť nulový. Túto podmienku splníme, ak váhy dolných filtrov upravíme o konštantu, tak ako sme naznačili. Tento filter má funkciu zisku v tvare zaznačenom na vyššie uvedenom grafe. Na rozdiel od HP filtra filtrovaním získame priamo produkčnú medzeru, nie potenciálny produkt. Tento typ filtra odvodili Baxter a King (1995). Pri praktickom využití tohto filtra treba určiť požadované pásmo frekvencií, ktoré zodpovedajú produkčnej medzere a maximálny časový posun K . Tento filter vynecháva na začiatku a konci odhadového obdobia K pozorovaní, čo je značná nevýhoda. Pri výpočte produkčnej medzery sa štandardne berie $K = 12$ štvrtrokov a frekvenčné pásmo pre produkčnú medzeru zodpovedajúce periódam od 6 do 32 štvrtrokov.

Christiano a Fitzgerald (1999) vo svojej štúdiu uviedli, že jednoduché zanedbanie členov ideálneho filtra nemusí byť vždy optimálne a odvodili iné váhy pre pásmový filter, ktorý počíta filtrovaný časový rad aj na krajoch odhadového obdobia. Tento filter má premenlivé váhy v jednotlivých obdobiach a štandardne nie je symetrický, takže vyvoláva fázový posun medzi pôvodným a filtrovaným časovým radom. Vzorcov pre výpočet filtrovaných hodnôt a váh je veľa, preto ich z priestorových dôvodov neuvádzame. Pri tomto type filtra treba špecifikovať, či je filtrovaný časový rad stacionárny alebo $I(1)$ a či z neho treba odstrániť trend alebo autonómny posun (drift).

¹ V praxi sa pri výpočte zadávajú hranice frekvenčného pásma ako periódy (v štvrtrokoch alebo rokoch), nie ako frekvencie.

Graf č. 5 Produkčná medzera získaná pásmovým filtrom a HP filtrom

Zdroj: vlastné výpočty

Pásmový filter sme aplikovali na slovenské údaje v oboch popísaných verziách (Baxter-King aj Christiano-Fidgerald) pre tri možnosti definície frekvenčného pásma (od 6 do 32, od 8 do 29 a od 10 do 40 štvrtrokov). Na grafe sú znázornené produkčné medzery spolu s výsledkom z HP filtra pre porovnanie. Maximálny časový posun K sa nedá príliš skrátiť, pretože tým utrpí kvalita aproximácie. To z praktických dôvodov v podmienkach SR vyraduje Baxter-Kingovu verziu zo skupiny vhodných metód. Pri Christiano-Fidgeraldovej verzii sme zadali že časový rad je $I(1)$ a treba ho zbaviť driftu. Výsledky tejto metódy pre pásma od 6 do 32 a od 8 do 29 štvrtrokov pokladáme za nerealistické pre kladnú produkčnú medzeru po roku 2001. Problémom je zjavne zaradenie krátkych períód, ktoré vyvoláva rýchle kmity produkčnej medzery. Výsledky pre frekvenčné pásmo od 10 do 40 štvrtrokov sú realistickejšie, v podstatných rysoch kopírujú HP filter pre určitú hodnotu λ .

Produkčná medzera z pásmového filtra sa skladá z pomerne „hladkých“ cyklov, pretože cykly s vysokými frekvenciami (krátkymi periódami) sme odfiltrovali. Ak časový rad logaritmu skutočného produktu obsahuje šoky, ktoré sa prejavujú krátkodobými fluktuáciami, tieto sú v súlade s definíciou frekvenčného pásma považované za časť potenciálneho produktu. HP filter naproti tomu produkuje pomerne hladký priebeh potenciálneho produktu, takže krátkodobé fluktuácie sú prevažne časťou produkčnej medzery. Na úrovni jednorozmerných metód nemožno pre Slovenskú republiku a priori určiť, kam tieto krátkodobé fluktuácie patria, pretože to môžu byť dopytové aj ponukové šoky. Týmto aspektom sa však budeme podrobnejšie zaoberať pri viacrozmerných metódach, hlavne pri výpočte produkčnej medzery štruktúrnym VAR modelom.

Benati (2001) kriticky zhodnocuje pásmový filter a pomocou simulácií dospieva k záveru, že táto metóda môže viesť k značnému skresleniu ukazovateľov hospodárskeho cyklu ako aj korelácií cyklických pohybov jednotlivých makroekonomických ukazovateľov. Baxterova-Kingova verzia už bola kritizovaná (Cogley 2006), že reprezentuje deterministickú víziu hospodárskeho cyklu (Christianova-Fidgeraldova verzia predstavuje iba inú aproximáciu ideálneho filtra). Domnievame sa, že problémy so získaním dobre interpretovateľných výsledkov súvisia s pomerne mechanistickým charakterom tejto metódy, ktorý vyplýva z jej abstraktných predpokladov, ako aj z jej jednorozmernosti.

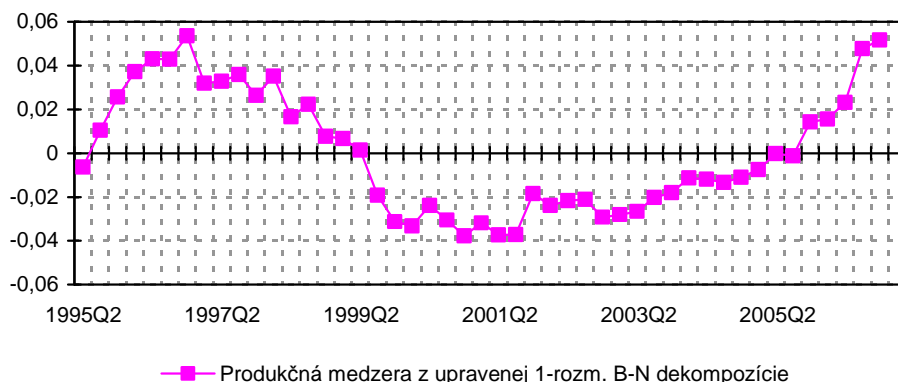
2.4 Jednorozmerná Beveridge-Nelsonova dekompozícia

Táto metóda vychádza z teórie modelovania časových radov, konkrétne z Woldovej reprezentácie časového radu, ktorý má stacionárne prvé diferencie. Woldova reprezentácia rozkladá časový rad na deterministickú zložku a kľzavý priemer predikčných chýb: $y_t = \delta(t) + \Psi(L)\varepsilon_t$ (y_t je skúmaný časový rad, $\delta(t)$ je deterministická funkcia času, $\Psi(L)$ je polynóm s časovými posunmi a ε_t sú chyby predikcie na základe informačnej množiny z predchádzajúceho obdobia, $\varepsilon_t = y_t - E_{t-1}(y_t)$). Člen $\Psi(L)$ ε_t možno ďalej rozložiť, takže pôvodný výraz nadobudne tvar $y_t = \delta(t) + \Psi(1)\Sigma\varepsilon_t + \Psi^*(L)\varepsilon_t$, kde $\Psi(1)$ je suma (dlhodobý multiplikátor polynómu $\Psi(L)$) a $\Psi^*(L) = \Psi(L) - \Psi(1)$.

Jednorovnicová Beveridge-Nelsonova (1981) dekompozícia v súlade s všeobecným predpokladom o (ne)stacionarite potenciálneho produktu a produkčnej medzery identifikuje $\delta(t) + \Psi(1)\Sigma\varepsilon_t$ ako potenciálny produkt a $\Psi^*(L)\varepsilon_t$ ako produkčnú medzeru. Z uvedeného vyplýva, že ak $\Psi(1) = 0$, potenciálny produkt je len deterministickou funkciou času (ako pri trendových metódach).

Pri výpočte produkčnej medzery za slovenskú ekonomiku sme postupovali tak, že sme odhadli jednorozmerný model ARIMA(1,1,1) v tvare $(1-\Phi L)(\Delta \ln(\text{HDP})-\mu)=(1-\theta L)\varepsilon$, kde μ je stredná hodnota $\Delta \ln(\text{HDP})$. Časový rad tempa rastu HDP obsahoval odľahlé pozorovania, ktoré bolo treba ošetriť umelými premennými. Reziduá ε z takéhoto modelu mali dobré vlastnosti, avšak nehodili sa na výpočet produkčnej medzery. Reziduá ε pre výpočet produkčnej medzery sme ako $\varepsilon = \varepsilon + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2$, kde D_1 a D_2 sú umelé premenné a β_1 a β_2 sú príslušné parametre. Vypočítali tzv. impulse-response², t. j. inverziu procesu a $\Psi(1)$ sme dostali ako sumu prvých 960 členov impulse-response. Potom sme spočítali potenciálny produkt ako $y_{pot0} + \Psi(1)\Sigma\varepsilon_t + \mu t$, kde y_{pot0} je štartovacia hodnota (ktorú treba určiť exogénne) a t je lineárny trend, pričom reziduály ε_t sme sčítali od začiatku odhadového obdobia po príslušné pozorovanie. Produkčnú medzeru sme určili ako rozdiel potenciálneho a skutočného produktu. Vypočítaná produkčná medzera však vykazovala veľmi vysoké hodnoty. Preto sme ju upravili tak, že sme spočítali regresiu pre produkčnú medzeru získanú pomocou lineárneho trendu sa konštantou a produkčnou medzerou z Beveridge-Nelsonovej dekompozície a ako upravenú verziu sme zobrali vyrovnané hodnoty tejto regresie. Upravená produkčná medzera má realistické hodnoty a je centrovaná podobne ako produkčná medzera z časového trendu.

² Impulse – response je v jednorozmernom prípade vektor s T zložkami, ktorý udáva reakciu závisle premennej na jednotkový šok v náhodnej zložke s oneskorením $t=1$ až T .

Graf č. 6 Produkčná medzera z jednorozmernej Beveridge-Nelsonovej dekompozície.

Zdroj: vlastné výpočty

Táto metóda je založená výlučne na všeobecnom a pomerne abstraktnom matematickom predpoklade. Okrem absencie hlbších ekonomických súvislostí má v našom prípade aj výpočtové problémy.

3. Viacrozmerné metódy

3.1 Výpočet nerovnováhy z vážených signálov.

Definícia produkčnej medzery vychádza čisto z ekonomických úvah, ale produkčná medzera samotná je často počítaná z jediného časového radu (reálneho HDP), využívajúc iba jeho štatistické charakteristiky. Druhý extrém sú komplexné štruktúrne modely popisujúce celú ekonomiku na mikroekonomických princípoch. Prvý prístup je pomerne zjednodušujúci, druhý prístup je nie len matematicky komplexný, ale vyžaduje aj dodatočné predpoklady a údaje, ktoré môžu predstavovať problém.

Pokiaľ budeme predpokladať konštantnú mieru rastu potenciálneho produktu, produkčnú medzeru vypočítame, ak od skutočného produktu odčítame exponenciálny trend. Takto získaná produkčná medzera bude indikovať prehriatie ekonomiky v obdobiach s nadpriemerným rastom a nevyužitie kapacít v obdobiach s podpriemerným rastom. Podľa nášho názoru však v podmienkach slovenskej ekonomiky treba zobrať do úvahy napríklad aj vývoj salda zahraničného obchodu, keďže nerovnováhy sa u nás často prejavovali zvýšeným deficitom ZO skôr ako zvýšenou infláciou. Jednu verziu kompozitného ukazovateľa pre SR skonštruoval Tóth (2003).

Tento pohľad je dôležitý aj z hľadiska výkonu monetárnej politiky, pretože rast HDP nie je dlhodobou udržateľný, ak vyvoláva nerovnováhy v iných ukazovateľoch (nadmieru vysoké deficity zahraničného obchodu) a je prejavom previsu dopytu nad ponukou, aj keď rast nie je extrémne vysoký. Naopak, ak je vysoký rast HDP sprevádzaný viac menej vyrovnaným saldom zahraničného obchodu, znamená to, že rast nevyvoláva nerovnováhy a (*ceteris paribus*) nevyžaduje reštriktívnu monetárnu politiku.

Pri výpočte tejto širšej miery nerovnováhy budeme uvažovať s troma oblasťami kde sa nerovnováha môže prejavovať: v raste HDP, v nezamestnanosti a v salde zahraničného obchodu. Ukazovateľ rovnováhy má so zreteľom na možné použitie pri tvorbe monetárnej politiky reflektovať účinky týchto čiastkových nerovnováh na infláciu.

Jednotlivé nerovnováhy (signály) sú definované nasledovne:

- Dopytový signál – produkčná medzera z vyrovnaní HDP exponenciálnym trendom
- Signál trhu práce – heuristická miera nezamestnanosti, vypočítaná ako podiel počtu nezamestnaných na súčte počtu zamestnaných a nezamestnaných (údaje sú z VZPS). Toto je veľmi hrubá miera, a na vyše korelovaná s dopytovým signálom, ale vzhľadom na zmeny vzťahov v tejto oblasti (rast práce v zahraničí, legislatívne zmeny ovplyvňujúce vek odchodu do dôchodku) by explicitné modelovanie tohto signálu išlo nad rámec tejto štúdie)
- Signál zahraničného obchodu – rezíduum z rovnice podielu salda ZO na HDP vynásobené (-1) – tu treba brať do úvahy, že prehrievaniu (kladnej nerovnováhe) zodpovedá záporné rezíduum. Bez vynásobenia by mal tento signál zápornú váhu. Rovnica mala tvar (hodnoty ďalších parametrov uvádzame v prílohe):

$$QNX = -0.071 - 0.44 * ypott - 0.15 * \Delta_4 reer(-3) + 0.64 * \Delta_4 yfor$$

kde :

QNX je podiel salda zahraničného obchodu na HDP (nominálne, sezónne očistené veličiny),

ypott je (relatívna) produkčná medzera získaná pomocou exponenciálneho trendu

reer je logaritmus reálneho efektívneho výmenného kurzu

yfor je logaritmus HDP pôvodných krajín EÚ

a Δ_4 je operátor sezónnej diferencie, $\Delta_4 X = X_t - X_{t-4}$

Tieto tri signály treba skombinovať do jedného kompozitného ukazovateľa. Na jeho výpočet použijeme takú kombináciu signálov, ktorá čo najlepšie vysvetľuje pohyby inflácie. Aby sme odstránili vplyv rôzneho rozptylu a strednej hodnoty jednotlivých signálov, upravíme ich na normované premenné (priemer rovný nule a rozptyl rovný jednej). Potom ich použijeme ako regresory v rozšírenej Philipsovej krivke:

$$\pi_c = c_1 + c_2 * ypott0_{-1} + c_3 * UR0_{-1} + c_4 * QNXGAP0_{-1} + c_5 * \Delta ner + c_6 * \pi_{c-4} + c_7 * \bar{p} + c_8 * (T=34) + c_9 * (T=45),$$

kde:

π_c je jadrová inflácia

ypott0 je rastový signál

UR0 je signál z nezamestnanosti

QNXGAP0 je signál zo zahraničného obchodu

ner je nominálny kurz €SKK,

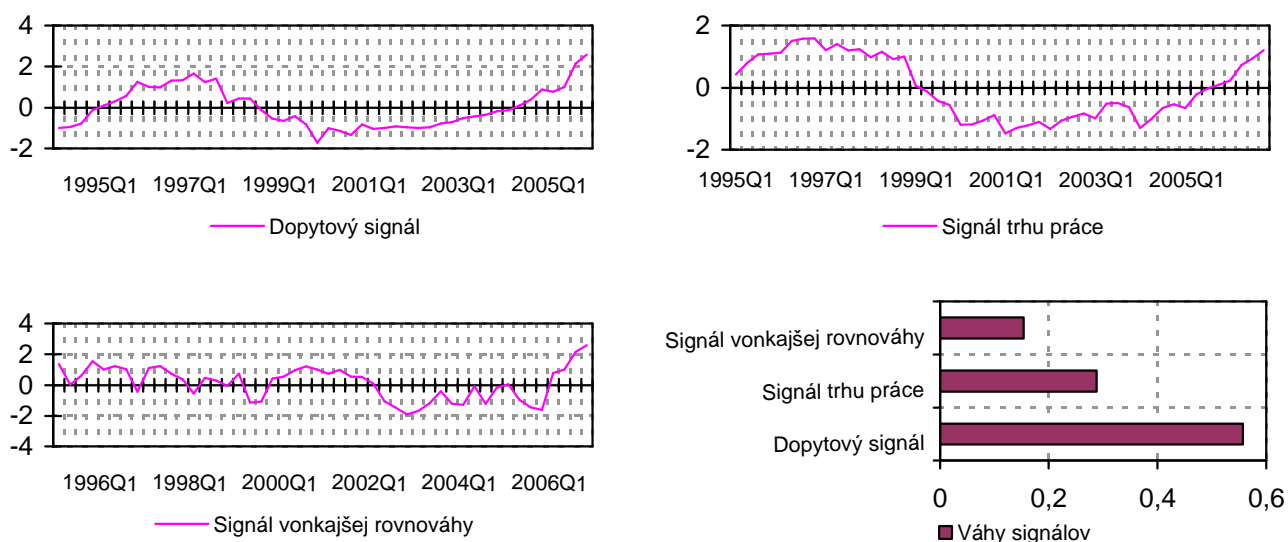
\bar{p} je proxy pre autonómnú infláciu (rozdiel medzi celkovou a jadrovou infláciou),

(T=34) a (T=45) sú umelé premenné, ktoré zachytávajú extrémne pohyby inflácie v treťom štvrtroku 1998 a druhom štvrtroku 2001, súvisiace s ozdravnými “balíčkami”. Táto rovnica

definuje infláciu ako rastúcu funkciu všetkých troch signálov, pričom parametre pri jednotlivých signáloch pokladáme za porovnateľné, pretože tieto premenné sú normované. Výraz $c_2 * y_{pott0} + c_3 * UR_0 + c_4 * QNXGAP_0$ udáva celkový vplyv signálov. Predpokladáme, že na pohyby inflácie vplyva kompozitný ukazovateľ, pričom citlivosť inflácie na tento ukazovateľ je $c_2 + c_3 + c_4$. Tento kompozitný ukazovateľ má potom tvar váženého priemeru použitých signálov s váhami pre nezamestnanosť ako $\frac{c_3}{c_2 + c_3 + c_4}$, pre saldo ZO ako $\frac{c_4}{c_2 + c_3 + c_4}$ a pre rast HDP ako $\frac{c_2}{c_2 + c_3 + c_4}$.

Celková nerovnováha sa vypočíta ako vážený priemer signálov s použitím týchto váh. Signály a váhy sú znázornené na nasledujúcom grafe:

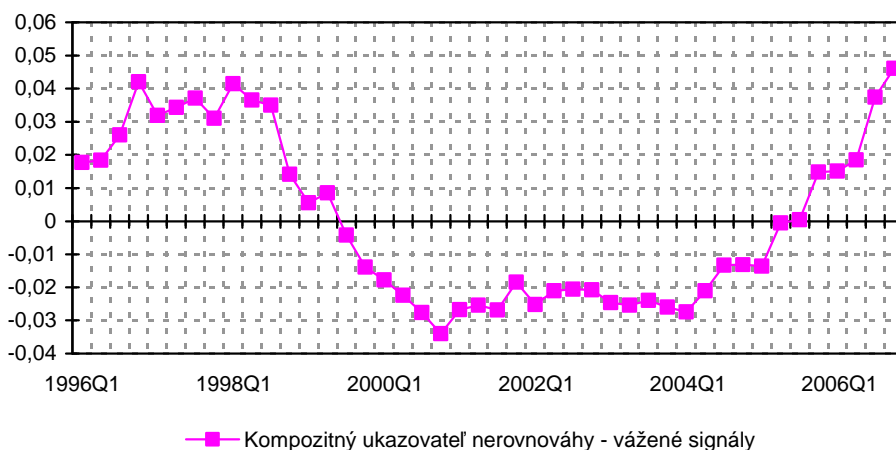
Graf č. 7 Výpočet kompozitného indikátora nerovnováhy z vážených signálov



Zdroj: vlastné výpočty

Nasledujúci graf ukazuje výsledný ukazovateľ nerovnováhy:

Graf č. 8 Kompozitný ukazovateľ nerovnováhy z vážených signálov



Zdroj: vlastné výpočty

Z grafu č. 7 vidieť, že signály pre nezamestnanosť a zahraničný obchod mali vo svojej optimálnej kombinácii pomerne malý vplyv na priebeh tohto ukazovateľa. Táto metóda za sebou nemá nijakú vyhranenú matematickú teóriu, je založená na čo najjednoduchšej aplikácii ekonomických úvah. Na jednej strane je to výhoda, na druhej strane to znamená, že každý takto skonštruovaný ukazovateľ je svojím spôsobom unikátny a neporovnateľný s inými odhadmi.

3.2 Produkčná funkcia

Produkčná funkcia je explicitné matematické vyjadrenie medzi úrovňou produkcie a úrovňou výrobných faktorov. Najčastejšia kombinácia faktorov je práca a kapitál. Okrem toho sa ešte obvykle zohľadňuje technický pokrok, a to vo forme trendu (predpokladá sa veľký počet malých zmien, ktoré zlepšujú produktivitu faktorov a aproximuje sa obvykle exponenciálnym trendom) a Solowovým reziduálom (Total factor productivity, TFP), ktorý zohľadňuje nepredvídané zmeny. Tu treba pripomenúť, že konkrétny priebeh TFP je výsledkom odhadu pomocou určitého tvaru produkčnej funkcie a je podmienený jej realnosťou.

Neoklasické produkčné funkcie sa obvykle konštruujú tak, aby jednotlivé faktory mali klesajúce hraničné produkty a aby celá funkcia bola lineárne homogénna (konštantné výnosy z rozsahu). Nie je to však nutné, je to predpoklad, že ak sa úroveň výrobných faktorov zvýši o určité percento, napr. 10 %, output tiež vzrastie o 10 %. Pre celú ekonomiku je tento predpoklad pomerne reálny, ale sú názory, že pre niektoré oblasti (zdravotníctvo, výskum) sú primeranejšie rastúce výnosy z rozsahu. Tzv. Inadove podmienky predpokladajú klesajúce hraničné produkty a konštantné výnosy z rozsahu. Tieto úvahy sú veľmi dôležité v rôznych optimalizačných úlohách, funkcie s rastúcimi výnosmi z rozsahu často vedú k rohovým optimálnym riešeniam.

Pre konštrukciu produkčnej funkcie je dôležitá minimalizačná úloha, keď firmy maximalizujú zisk za podmienky, že produkcia je určená produkčnou funkciou. V optime tejto úlohy sú pomery hraničných produktov jednotlivých výrobných faktorov rovné pomerom ich cien. Úpravou optimálneho riešenia tejto úlohy dostávame rovnice pre optimálnu úroveň výrobných faktorov pre dané vektory cien a produkciu, t. j. funkcie dopytu po výrobných faktoroch. Elasticita týchto dopytových funkcií na ceny faktorov je úzko spätá s pojmom elasticity substitúcie, t. j. mierou namáhavosti nahradiť jeden výrobný faktor iným. Ak sa výrobné faktory nedajú navzájom nahrádzať (sú dokonalé komplementy), dopyt po výrobných faktoroch je iba funkciou úrovne produkcie a nezávisí od relatívnych cien. V makroekonomickom kontexte je častejší prípad, že výrobné faktory sa dajú navzájom do určitej miery nahrádzať a v tomto prípade dopyt po faktore klesá pri rastúcej cene (pre danú úroveň produkcie) o to viac, o čo ľahšia je substitúcia medzi výrobnými faktormi.

Produkčné funkcie možno odhadnúť aj jednorovnicovo, ale dopytové funkcie z vyššie uvedenej úlohy predstavujú zdroj informácií, ktorý sa tiež dá využiť. Preto sa často odhadujú ako systém, čo zvyšuje ich spoľahlivosť a zaručuje zhodu s ostatnými faktami, ktoré vyplývajú z funkcií dopytu po výrobných faktoroch (napríklad Benk a kol. 2006).

Ak použijeme produkčnú funkciu, potenciálny produkt získame ako funkciu rovnovážnych úrovní výrobných faktorov, intenzity ich pôsobenia a zvyškových členov. Sú to:

- Rovnovážna úroveň zamestnanosti
- Rovnovážny počet odpracovaných hodín za mesiac a pracovníka

- Nespredmetnený technický pokrok permanentný (exponenciálny trend)
- Časť produktivity nepriradená výrobným faktorom (total factor productivity, TFP, Solovov reziduál) – niektoré odhady môžu však obsahovať aj nerovnovážne zložky

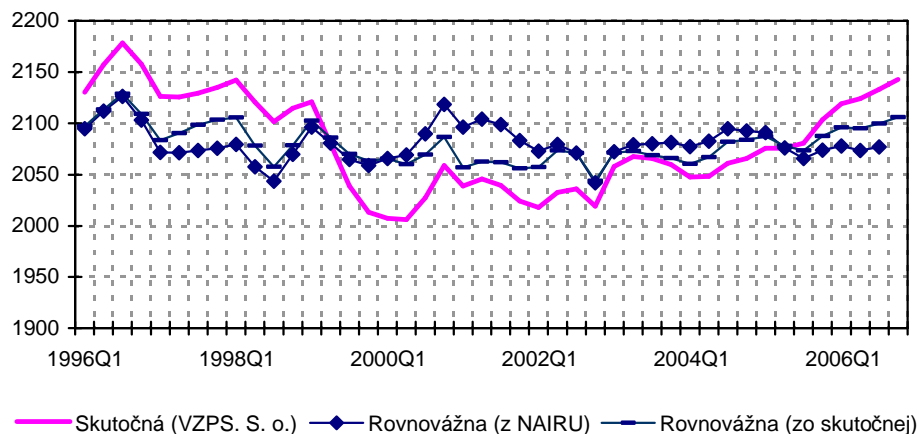
Rovnovážna úroveň zamestnanosti je sama o sebe čiastkový problém, ktorý treba riešiť. Zamestnanosť pre účely produkčnej funkcie tvorí jednak počet pracovníkov, jednak počet živnostníkov. Rovnovážnu zamestnanosť treba určiť ako rozdiel ponuky pracovnej sily a nerovnováhy na trhu práce. Ak zavedieme predpoklad, že táto nerovnováha (nezamestnanosť) ovplyvňuje úroveň miezd, pri dobrých údajoch sa dá naformulovať model s viacrozmerným filtrom s nepozorovanými premennými (Kalmanovým filtrom), ktorý generuje časový rad nerovnováhy na trhu práce tak aby stochasticky platil vzťah medzi mzdami a nerovnováhou na trhu práce. Postup výpočtov je v zásade analogický určeniu produkčnej medzery pomocou Kalmanovho filtra a je popísaný napr. v štúdií Roeger (2006). Pre Slovenskú republiku tento postup nedával ekonomicky prijateľné výsledky. Pre prístupové krajiny sa dá použiť zjednodušená metóda, založená na podieloch diferencií rôznych premenných (popísaná tamže), ale ani tá sa v našich výpočtoch neosvedčila. Nerovnováha v zamestnanosti v našom prípade bola súhrnom dvoch pohybov: jednak sa menil rovnovážny počet pracovníkov, jednak sa menil počet odpracovaných hodín na pracovníka. (Táto veličina bola dostupná iba pre zamestnancov, nie pre živnostníkov, ale je to dobrá proxy premenná). Vypočítali sme dva varianty pre rovnovážnu zamestnanosť – pomocou miery nezamestnanosti neurýchľujúcej infláciu (NAIRU) a priamym filtrovaním. A prvom prípade sme postupovali nasledovne

1. Z počtu zamestnaných a nezamestnaných sme skonštruovali heuristickú mieru nezamestnanosti ako podiel počtu nezamestnaných na súčte počtov zamestnaných a nezamestnaných. Počty osôb boli sezónne očistené.
2. Túto heuristickú mieru nezamestnanosti sme vyrovnali pásmovým filtrom. Použili sme asymetrický filter autorov Christiano a Fitzgerald s predpokladom, že filtrovaný časový rad je integrovaný a má autonómny posun (táto všeobecná špecifikácia sa predtým ukázala ako prospešná). Kmity s periódou od 8 do 60 štvrtrokov sme považovali za medzeru v nezamestnanosti. Frekvenčné pásmo sme definovali také široké, pretože pri štandardnom pásme boli vypočítané odchýlky príliš malé.
3. Rozdiel pôvodného časového radu a odfiltrovaných odchýlok sme označili ako NAIRU, mieru nezamestnanosti, ktorá neakceleruje infláciu.
4. Rovnovážnu zamestnanosť sme získali ako

$$L_E = L + \text{URGAP} * (L + L_U) ,$$

kde je L_E rovnovážna zamestnanosť, L je počet zamestnaných, URGAP je medzera v miere nezamestnanosti a L_U je počet nezamestnaných

V druhom prípade sme frekvenčným filtrom vypočítali odchýlku skutočnej zamestnanosti od rovnovážnej zamestnanosti a túto odchýlku sme odpočítali od skutočnej zamestnanosti. Za zmienku stojí, že týmto sme získali v oboch prípadoch „hladký“ priebeh odchýlky skutočnej zamestnanosti od rovnovážnej zamestnanosti na úkor vyššej variability rovnovážnej zamestnanosti.

Graf č. 9 – Skutočná a rovnovážna zamestnanosť


Zdroj: vlastné výpočty

Rovnovážny počet odpracovaných hodín za mesiac a pracovníka sme položili rovný strednej hodnote podielu celkového počtu odpracovaných hodín a počtu zamestnaných. Keďže pri odhade sme tento časový rad použili vo forme odchýlky od priemeru, pri výpočte rovnovážneho produktu sme ho položili rovný nule.

Solowov reziduál sme získali nasledovne:

Odhadli sme systém zložený z produkčnej funkcie CES³ a dopytovej funkcie po pracovnej sile (Keďže cena kapitálu je priamo nepozorovateľná a trh s kapitálovými statkami nemusí byť na Slovensku v rovnováhe, dopytovú funkciu po kapitáli sme vypustili),

$$\frac{Y}{10^6} = 0.17 \left[0.43 \left(\frac{K}{10^{10}} \right)^{\frac{0.48-1}{0.48}} + (1-0.43) \left(\frac{L(1+2.15)QH}{10^3} \right)^{\frac{0.48-1}{0.48}} \right]^{\frac{0.48}{0.48-1}} e^{0.02TY}$$

$$\ln(L) = -0.3 + \ln(K) - 0.48 \ln(W),$$

kde:

Y je skutočný HDP v stálych cenách (sezónne očistený),

K je zásoba kapitálu (predbežné údaje zo ŠÚ SR, dopočítané za rok 2006),

L je sezónne očistená zamestnanosť (počet osôb)

QH je odchýlka počtu odpracovaných hodín od priemeru

TY je upravený časový trend (tak aby sa zvýšil o jednotku za rok)

W je priemerná mesačná nominálna mzda

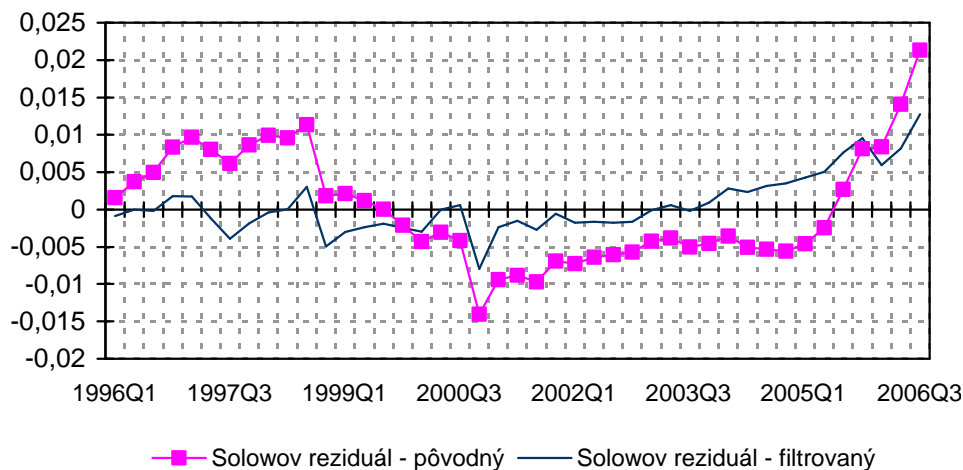
Údaje sú sezónne očistené.

³ Voľba tvaru produkčnej funkcie súvisela s jej koherentnosťou so štylizovanými faktami v SR. Jednoduchšia Cobb-Douglasova produkčná funkcia, ktorá sa často používa, spolu s predpokladom maximalizácie zisku implikuje, že dopyt po práci má jednotkovú elasticitu na mzdu (cenu práce). Toto vyplýva z jednotkovej elasticity substitúcie pre Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu. Pre SR táto vlastnosť Cobb-Douglasovej produkčnej funkcie odporuje faktom, preto sme ju zamietli a použili všeobecnejší, ale zložitejší odhadový tvar. Výsledky pre Cobb-Douglasovu produkčnú funkciu z priestorových dôvodov neuvádzame.

Niektoré parametre odhadu sa dajú zaujímavo interpretovať. Distribučný parameter 0,43 zodpovedá približne doplnku k podielu kompenzácií na pridanej hodnote. Vo vyspelých trhových ekonomikách býva tento ukazovateľ v intervale asi 0,5 až 0,65, takže jeho doplnok je asi 0,35 až 0,5. Náš odhad je teda z tohto hľadiska prípustný. Na Slovensku je však podiel kompenzácií na pridanej hodnote menší ako 0,5 a klesá. Ak však skonštruujeme päťpercentný konfidenčný interval pre tento parameter, uvidíme, že hodnoty parametra rovné empirickým hodnotám nie sú zamietnuté. Benk a kol. (2006) odhadujú pre Maďarsko hodnotu analogického parametra vyše 0,9, čo považujeme za príliš veľa. Parameter 0,48 je elasticita substitúcie, miera ľahkosti alebo obtiažnosti nahradenia práce kapitálom alebo naopak. Špeciálne hodnoty sú nula (komplementárna leontievovská produkčná funkcia s fixnými lineárnymi koeficientmi) a jedna (Cobb-Douglasova produkčná funkcia, vedúca ku konštantným podielom výrobných faktorov na produkte alebo nákladoch). Odhadnutá hodnota je z ekonomického hľadiska prípustná, pretože indikuje určitú možnosť substitúcie faktorov, ale nie tak ľahko, ako pri Cobb-Douglasovej funkcii. Elasticita substitúcie tiež vystupuje ako elasticita dopytu po výrobnom faktore (práci) na jej cenu (mzdu). V tomto kontexte očakávame kladnú hodnotu, ale jednotková elasticita je opakovane empiricky zamietaná. Benk a kol (2006) nakalibrovali tento parameter ako 0,37, čo je vcelku porovnateľná hodnota.

V tomto odhade sa vyskytli dva problémy: premenné mali hodnoty rôznej veľkosti, čo sme riešili škálovaním a silná multikolinearita medzi distribučným parametrom $c(2)$ a parametrom pri trende, čo sme riešili imputovanou hodnotou 0,02 (na základe iných odhadov). Rezíduum pre HDP z tohto odhadu je Solowov reziduál. Tento reziduál je však aditívny a vzťah je sa k škálovaným hodnotám, takže nie je porovnateľný s inými odhadmi.

Solowov reziduál možno interpretovať buď ako úplne ponukový fenomén, alebo možno pripustiť, že časť z neho je ovplyvnená využitím kapitálu. Priebeh pôvodného časového radu pri predpoklade čisto ponukového charakteru je konzistentný s hypotézou, že po roku 1999 zastali také zmeny v spotrebiteľskom dopyte, ktoré de facto vyradili časť kapitálovej zásoby, ktorá ešte ďalej nominálne figurovala v účtovníctve. Od roku 2005 sa v priebehu Solowovho reziduálu prejavujú zahraničné investície. Ak pripustíme, že časový rad získaný z odhadu obsahuje aj nerovnovážne vplyvy, môžeme ich odfiltrovať napr. frekvenčným filtrom. V tomto prípade vidíme, že do roku 1999 vidíme len krátkodobé oscilácie, v roku 2000 až 2002 je táto veličina systematicky záporná, od roku 2003 má stále kladné prírastky, ktoré sa ešte zvyšujú. Filtrovaný časový rad teda indikuje, že pozitívny zlom nastal už skôr.

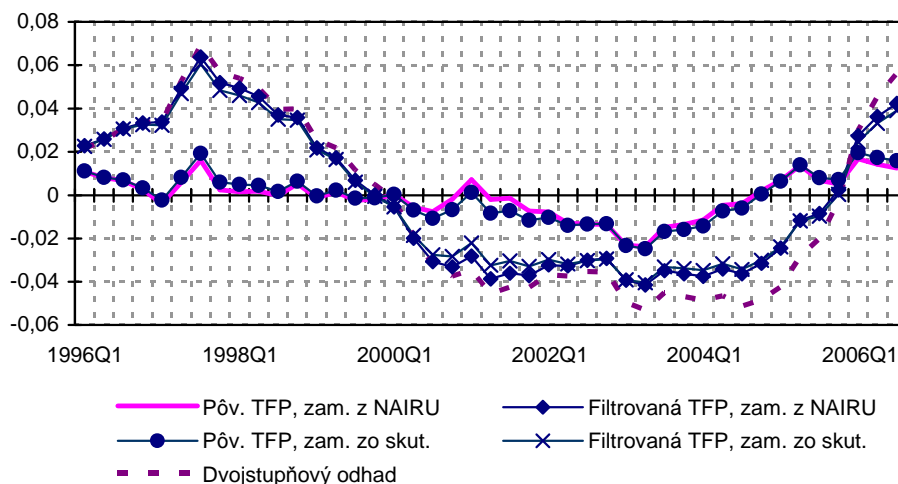
Graf č. 10 Solowov reziduál z produkčnej funkcie

Zdroj: vlastné výpočty

Potenciálny produkt sme získali dosadením tohto reziduálu, rovnovážnej zamestnanosti do prvej rovnice a položením $QH = 0$ (rovnovážny počet odpracovaných hodín). Potom sme potenciálny produkt odčítali od skutočného HDP a rozdiel znovu vydělili skutočným HDP, aby sme získali relatívnu produkčnú medzeru. Vypočítali sme štyri varianty produkčnej medzery, pričom sme použili obidva vyššie uvedené varianty rovnovážnej zamestnanosti a Solowovho reziduálu. Okrem toho sme odhadli rozšírený tvar produkčnej funkcie s mierou využitia kapitálu (QK), ktorú sme definovali ako odchýlku skutočnej hodnoty Solowovho reziduálu od jeho filtrovanej hodnoty. Prvá rovnica tohto odhadu nadobudla tvar:

$$\frac{Y}{10^6} = 0.21 \left[0.69 \left(\frac{K(1+6.36)QK}{10^{10}} \right)^{\frac{0.47-1}{0.47}} + (1-0.69) \left(\frac{L(1+5.35)QH}{10^3} \right)^{\frac{0.47-1}{0.47}} \right]^{\frac{0.47}{0.47-1}} e^{0.027Y}$$

Keďže sme využili odhad náhodných zložiek z predchádzajúceho odhadu, tento odhad považujeme za dvojstupňový. Vyznačuje sa vysokým vplyvom nerovnovážnych zložiek QK a QH a distribučným parametrom posunutým v prospech kapitálu, ktorý je síce bližšie empirickým hodnotám, ale z dlhodobého hľadiska podľa nášho názoru môže byť problematický. Z tohto odhadu sme tiež vypočítali potenciálny produkt s tým, že odchýlku QK sme položili rovnú nule a celý Solowov reziduál sme priradili do potenciálneho produktu. Použili sme rovnovážnu zamestnanosť získanú pomocou filtrovanej rovnovážnej miery nezamestnanosti.

Graf č. 11 Produkčná medzera z produkčnej funkcie

Zdroj: vlastné výpočty

Z prezentovaných výsledkov vidno, že voľba výpočtu rovnovážnej zamestnanosti má na hodnoty produkčnej medzery pomerne malý vplyv, avšak zmeny v predpokladoch o využití kapitálu vyvolávajú značné rozdiely. Najväčšiu amplitúdu produkčnej medzery dáva dvojstupňový odhad, kde majú nerovnovážne zložky väčší vplyv a samotný kapitál. Ktorý je ovplyvňovaný Solowovým reziduálom z prvého stupňa, má väčšiu váhu. Táto metóda je na jednej strane náročná na údaje, ale na druhej strane je veľmi silná z analytickej stránky, dôsledky tvaru a hodnôt parametrov produkčnej funkcie sa často dajú overiť v praxi, čo zvyšuje jej výrokovú schopnosť.

3.3 Viacrozmerná Beveridge-Nelsonova dekompozícia

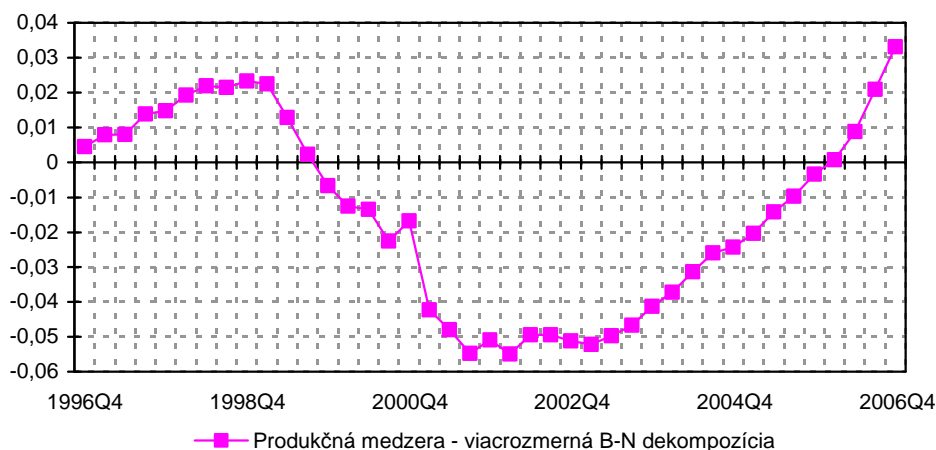
Táto metóda je rozšírením jednorozmernej Beveridge-Nelsonovej dekompozície, od ktorej sa líši použitým modelom. Namiesto ARIMA modelu $(1-\Phi L)(\Delta \ln(\text{HDP})-\mu)=(1-\theta L)\varepsilon$ odhadneme redukovanú formu VAR modelu $(1-\Phi L)(\Delta X-\mu) = \varepsilon + \beta D$, kde ΔX je dvojzložkový stĺpcový vektor zložený z miery rastu HDP a miery jadrovej inflácie a Φ , μ a ε sú parametre, stredné hodnoty a reziduály. Φ je trojrozmerná matica $2 \times 2 \times 7$, μ a ε sú dvojzložkové vektory. Keďže v príslušných časových radoch sa vyskytovali odľahlé pozorovania, zaviedli sme do modelu binárne umelé premenné D a transformovali reziduály obdobným spôsobom ako pri jednorozmernej verzii. Potom sme odhadnutý proces invertovali na MA reprezentáciu

$(\Delta X-\mu)=\Psi(L)\varepsilon$ (vypočítali impulse-response) a určili sumu váh $\Psi(1)$, maticu 2×2 . Potenciálny produkt sme vypočítali analogicky ako pri jednorozmernej verzii, Vzhľadom na rozmery premenných a parametrov sa výraz $y_{pot0}+\Psi(1)\sum \varepsilon_t + \mu t$ zmenil na $y_{pot0}+\Psi(1)_{11}\sum \varepsilon_{1t} + \Psi(1)_{12}\sum \varepsilon_{2t} + \mu t$, kde ε_1 je rezíduum z rovnice pre mieru rastu HDP a ε_2 je rezíduum z rovnice pre infláciu. Produkčnú medzeru sme vypočítali ako rozdiel medzi skutočným a potenciálnym produktom.

Pri odhade VAR modelu sme narazili na problém silnej autokorelácie v tempe ratu HDP, ktorá sa prejavila aj na parametroch VAR procesu, ktorý je na hranici stability. Tento charakter časového radu môže súvisieť so sezónnym očisťovaním, ktoré používa kľzavé súčty

a môže zvyšovať autokoreláciu. Nasvedčovala by tomu skutočnosť, že časový rad sezónne očisteného HDP pred prepočítaním v štvrtom štvrťroku 2006 mal celkom iné hodnoty testov na stacionaritu. Integrované tempá rastu HDP by však znamenali, že úroveň HDP je $I(2)$, čo považujeme za ekonomicky neprijateľné. Preto sme ponechali špecifikáciu VAR procesu v pôvodnom tvare napriek zmiešaným výsledkom testov.

Graf č. 12 Produkčná medzera z viacrozmernej Beveridge-Nelsonovej dekompozície.



Zdroj: vlastné výpočty

Viacrozmeraná verzia Beveridge-Nelsonovej dekompozície je lepšia ako jednorozmerná, pretože prostredníctvom použitého modelu sa do výpočtu dostáva viac ekonomických predpokladov a informácií. Odhadnutý vektorovo-autoregresívny proces však možno využiť aj alternatívnym spôsobom, pričom sa do výpočtu explicitne zavedú predpoklady z ekonomickej teórie.

3.4 Výpočet produkčnej medzery pomocou štruktúrneho vektorovo-autoregresívneho procesu.

Potenciálny produkt je výsledkom pôsobenia výrobných faktorov, ktoré predstavujú národohospodársku ponuku. Na druhej strane produkčná medzera, odchýlka skutočného produktu od potenciálneho produktu predstavuje dopyt. V súlade s týmto predpokladom možno časový rad HDP rozložiť na potenciálny produkt a produkčnú medzera, ak identifikujeme jeho ponukovú a dopytovú zložku. Tieto dve zložky (a teda aj potenciálny produkt a produkčnú medzeru) možno považovať za súčtové procesy, t. j. ako kumuláciu jednorazových ponukových alebo dopytových šokov. S takouto definíciou premenných pracuje metóda výpočtu produkčnej medzery pomocou štruktúrneho VAR modelu. Táto metóda sa používa napr. v Izraeli (Menashe – Yakhin, 2004)

Uvažujme o ekonomike vystavenej dvom typom šokov – dopytové a ponukové. Predpokladáme, že tieto šoky sú navzájom nezávislé, teda nekorelované. Podľa ekonomickej teórie sa pri kladnom ponukovom šoku dlhodobo zmení tempo rastu HDP (ponuka) aj miera

inflácie (Philipsova krivka). Naproti tomu pri dopytovom šoku sa dlhodobo zmení iba miera inflácie, pretože ponuková krivka je dlhodobo nezávislá od dopytu a cien. Preto môžeme v dvojzložkovom modeli identifikovať tieto šoky podmienkou, aby dlhodobá elasticita produktu na ceny bola rovná nule. Ostatné dlhodobé elasticity sú voľné. Túto identifikačnú podmienku aplikujeme na model ekonomiky vo forme dvojzložkového vektorovo autoregresívneho procesu v redukovanej forme, pričom jeho reziduály transformujeme na štruktúrne šoky. Takto získané štruktúrne ponukové šoky sa kumulujú na potenciálny produkt. Tento spôsob identifikácie VAR modelu a výpočtu štruktúrnych šokov prvý krát použili Blanchard a Quah (1989). Konkrétny výpočet vyzerá nasledovne:

1. Majme stacionárny vektor $x = [\Delta y, \Delta p]'$, $E(x)=0$, y je logaritmus HDP, p je logaritmus indexu jadrovej inflácie.

2. Odhadnime (redukovanú) AR formu $(1-\Phi(L))x=\varepsilon$, $\text{Var}(\varepsilon \varepsilon')=W$

3. Určíme $\Psi(1)=\Sigma\Psi_1$ z MA formy $x=\Psi(L)\varepsilon$ (ako $(I-\Sigma A_i)^{-1}$ alebo sumáciou váh)

4. Určíme reziduá a váhy štruktúrnej formy $x=Ce$, $\text{Var}(ee')=I$:

4a $C(1) = \Sigma C_i$ je Cholesky dekompozícia matice $\Psi(1)W\Psi(1)'$. Sú to štruktúrne dlhodobé multiplikátory. Táto matica má trojuholníkový tvar uvedený vyššie a zohľadňuje ekonomické predpoklady. Ak tempá rastu označíme g_{HDP} a g_{CP} a šoky ε_S a ε_D pre HDP a ceny, resp., ponuku a dopyt, dlhodobo má platiť nasledujúca identifikačná podmienka:

$$\begin{bmatrix} g_{HDP} \\ g_{CP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_{HDP}}{\partial e_S} & 0 \\ \frac{\partial g_{CP}}{\partial e_S} & \frac{\partial g_{CP}}{\partial e_D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_S \\ e_D \end{bmatrix}$$

4b Vypočítame pomocnú maticu $C(0) = \Psi(1)^{-1}C(1)$

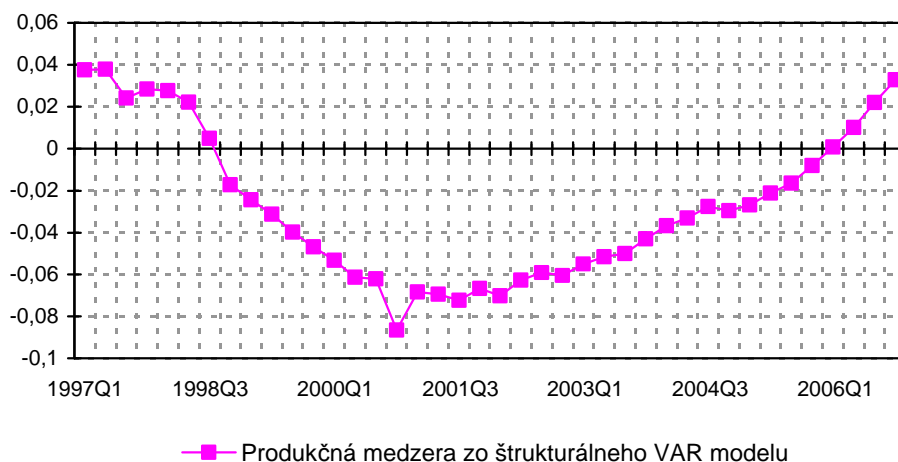
4c Vypočítame transformačné matice $C_i = \Psi_i C(0)$, Ψ_i je z MA formy (jednotková impulse response)

4d Určíme štruktúrne šoky $e = C(0)^{-1}\varepsilon$, $\text{Var}(ee')=I$

5. Získame prírastky relatívnej produkčnej medzery a prírastky logaritmu potenciálneho produktu ako $\Delta y_{gap_n} = \Sigma\{C_{12}\}_i \{e_2\}_{t-i}$ a $\Delta y_{pot_n} = \Sigma\{C_{11}\}_i \{e_1\}_{t-i}$, sumuje sa pre $t=1$ až n . $\{C_{12}\}_i$ a $\{C_{11}\}_i$ sú prvky matíc C_i , $\{e_1\}_t$ a $\{e_2\}_t$ sú prvky vektorov e_t .

6. Kumuláciou vypočítame potenciálny produkt a produkčnú medzeru. Potenciálny produkt treba doplniť o štartovaciu hodnotu a deterministický trend podobne ako pri Beveridge-Nelsonovej dekompozícii, keďže pri odhade sme od premenných odčítali ich priemery. Predpokladáme, že prírastok produkčnej medzery bude mať nulovú strednú hodnotu, takže celú strednú hodnotu $\Delta \ln(\text{HDP})$ pripočítame k tempu rastu potenciálneho produktu.

Pri výpočte produkčnej medzery sme použili ten istý VAR model ako pri viacrozmernej Beveridge-Nelsonovej dekompozícii, rovnako ako aj reziduá z redukovanej formy a maticu $\Psi(1)$.

Graf č. 13 Produkčná medzera zo štruktúrneho VAR modelu

Zdroj: vlastné výpočty

Pri výpočte sa vyskytol problém s pomalou konvergenciou váh Ψ_i . Tieto zd'aleka neskonvergovali k nule počas cca. štyridsiatich pozorovaní, pre ktoré sme mali k dispozícii štruktúrne reziduály e_t . To znamená, že ani váhy C_i neskonvergovali k nule a pri výpočte prírastkov potenciálneho produktu a produkčnej medzery sme museli zanedbať významnú časť sumy pri výpočte Δy_{gap_n} a Δy_{pot_n} (ideálne je to nekonečná suma). Preto sa súčet prírastkov logaritmov produkčnej medzery a potenciálneho produktu nerovnal tempu rastu hrubého domáceho produktu. Porovnaním priebehov súčtu logaritmov úrovni potenciálneho produktu a produkčnej medzery na jednej strane a logaritmu skutočného HDP sme zistili, že rozdiel má cyklický charakter. Vzhľadom k tomu sme ho priradili k produkčnej medzere – potenciálny produkt sme akceptovali tak ako vyšiel a produkčnú medzeru sme vypočítali ako rozdiel logaritmov skutočného HDP a potenciálneho produktu.

Táto metóda sa od predošlej líši väčšou váhou ekonomických predpokladov, čo jej výrokovú schopnosť oproti viacrozmernej Beveridge-Nelsonovej dekompozícii zvyšuje. Zároveň však vedie k výpočtom, ktoré treba aproximovať a môže dôjsť k skresleniu zo zanedbania významných položiek, čo jej výrokovú schopnosť znižuje.

3.5 Viacrozmerný filter s nepozorovanými premennými

Zo všeobecných definícií vyplýva, že produkčná medzera sa primárne prejavuje v inflácii (Philipsova krivka). Z makroekonomickej teórie je tiež známy vzťah medzi dopytom (produkčnou medzerou) a úrokovou mierou (I-S krivka). Potenciálny produkt môžeme definovať ako vhodný typ súčtového procesu. Produkčnú medzeru môžeme vypočítavať, ak budeme generovať potenciálny produkt takým spôsobom, aby produkčná medzera, ktorá je definovaná ako rozdiel logaritmov skutočného produktu a potenciálneho produktu) vyhovovala jednak I-S krivke, jednak Philipsovej krivke. Vhodný matematický aparát predstavuje tzv. Kalmanov filter, (Smets 1998, Antoničová –Huček 2005).

Kalmanov filter, používaný v rôznych aplikáciách od šesťdesiatych rokov, popíšeme tak ako ho prezentuje napr. Pollock (2002). Táto metóda pracuje s pozorovateľnými veličinami (signálmi) a nepozorovateľnými (stavmi). Uvažujme o procese generujúcom vektor

nepozorovaných premenných (stavov). Bežné hodnoty týchto stavov vplývajú na vektor priamo merateľných premenných (signály), pričom závislosť je lineárna a signály obsahujú okrem systematickej zložky aj náhodnú zložku (šum merania). Predpokladá sa, že signály lineárne závisia od stavov, pričom túto závislosť možno popísať sústavou lineárnych stochastických rovníc. Stavov sú opísané sústavou lineárnych diferencných rovníc prvého rádu, ktoré tiež obsahujú náhodné zložky (šum procesu). Ak proces závisí na hodnotách stavov starších ako jedno obdobie, treba ho previesť na kanonický tvar (zavedením deterministických stavov rovných časovo posunutým hodnotám). Náhodné zložky majú nulovú strednú hodnotu. Nie sú autokorelované, ale ich súčasné hodnoty pre rôzne stavy a signály môžu byť vo všeobecnosti korelované. Matematicky možno tento systém zapísať ako:

$$y_t = H_t \beta_t + \eta_t$$

$$\beta_t = \Phi \beta_{t-1} + v_t$$

$$D(\eta_t) = \Omega_t, D(v_t) = \Psi_t$$

kde y_t sú signály (merateľné), η_t je šum merania, β_t sú stavy, v_t je šum procesu a Φ_t , H_t sú parametre rovníc a Ω_t a Ψ_t sú kovariančné matice (vo všeobecnosti sa pripúšťajú rôzne hodnoty pre rôznych obdobiach, ale v praktických aplikáciách sú konštantné, pokiaľ to teória nevyklučuje.).

Predpokladajme, že poznáme parametre Φ_t , H_t , Ω_t a Ψ_t , máme odhady počiatočných hodnôt stavov β_t a ich kovariančnej matice P_0 pre $t=0$ a postupne meriame signály y_t . Sekvencia $(\beta_0, P_0, y_1, y_2, \dots, y_t)$ tvorí informačnú množinu I_t pre všetky t . V čase $t-1$ môžeme pomocou informačnej množiny I_{t-1} predpovedať signál v čase t tak, že zo stavov β_{t-1} vypočítame $\beta_{t|t-1}$ pomocou diferenciálnej rovnice pre stavy) a z neho predikciu $y_{t|t-1}$. Pokiaľ budeme v čase t zisťovať skutočné y_t , ich rozdiel oproti predikcii bude chyba predikcie. Za „najlepšie“ odhady stavov nemôžeme však vždy považovať tie, ktoré vyplývajú z meraného signálu, pretože v prípade silného šumu merania ho celý prenesieme do výsledku. Na druhej strane by sme ignorovali informáciu o minulých stavoch, ktorá môže byť relevantná. Úlohou Kalmanovho algoritmu je nájsť lineárnu kombináciu predikcie stavov a chyby tejto predikcie tak, aby výsledok mal (v maticovom zmysle) najmenšiu disperziu. Váha chyby predikcie pritom závisí od disperzie šumu merania a šumu procesu. Základný algoritmus Kalmanovho filtra počíta stredné hodnoty stavov β_t pre informácie v čase $t-1$ (one step forecasts) a stredné hodnoty β_t pre informácie v čase t (filtered values). Označíme ich $b_{t|t-1}$ resp. b_t :

$$b_{t|t-1} = E(\beta_t | I_{t-1}) \quad a \quad b_t = E(\beta_t | I_t)$$

Výpočet týchto hodnôt sa uskutočňuje tak, že v každom období sa upraví hodnota stavov podľa predikčnej chyby (correcting) a vypočíta sa predikcia stavov pre a jej kovariančná matica pre nasledujúce obdobie (updating) Postup výpočtov pre interval $t=1$ až T prebieha v týchto krokoch:

1. Urči parametre Φ_t , H_t , Ω_t a Ψ_t pre všetky t a počiatočné hodnoty β_0 a P_0 . Polož $t=0$.

2. Zvýš t o 1 a spočítaj predikcie

$$b_{t|t-1} = \Phi_t b_{t-1}$$

$$P_{t|t-1} = \Phi_t P_{t-1} \Phi_t' + \Psi_t$$

3. Odmeraj signál y pre aktuálne t a skoriguj predikcie pomocou vzťahov:

$$e_t = y_t - H_t b_{t|t-1}$$

$$F_t = H_t P_{t|t-1} H_t' + \Omega_t$$

$$K_t = P_{t|t-1} H_t' F_t^{-1}$$

$$b_t = b_{t|t-1} + K_t e_t$$

$$P_t = (I - K_t H_t) P_{t|t-1}$$

4. Ak $t=T$, koniec, inak návrat na krok 2

Matica K udáva optimálnu váhu pre chybu predikcie. Zo vzťahov pre F_t a K_t sa dá ľahko odvodiť že $\lim_{\Omega \rightarrow 0} K_t = H^{-1}$, takže ak meriame absolútne bez chyby, predikciu jednoducho

napočítavame z meraného signálu. Na druhej strane, $\lim_{P_{t|t-1} \rightarrow 0} K_t = 0$, takže ak by sme poznali

nemerateľnú hodnotu stavov v čase $t-1$ s istotou (to vyžaduje okrem apriórnej informácie aj absenciu šumu procesu), predikcie by nebolo treba korigovať.

Z výsledkov vyššie uvedeného algoritmu (sekvencie b_t a P_t pre $t=1$ až T) môžeme získať hodnoty zohľadňujúce všetky merania (vyrovnané na pevnom intervale, „fixed interval smoothing“ – na rozdiel od filtrovaných hodnôt, ktoré berú do úvahy iba informáciu z minulosti). Výpočet začína v predposlednom období $T-1$, takže $b_{t+1|T} = b_T$ a $P_{t+1|T} = P_T$ a pokračuje dozadu až k $t=1$ podľa vzorcov:

$$b_{t|T} = b_t + P_t \Phi'_{t+1} P_{t+1|T}^{-1} \{b_{t+1|T} - b_{t+1|t}\}$$

$$P_{t|T} = P_{t|t} + P_t \Phi'_{t+1} P_{t+1|T}^{-1} \{P_{t+1|T} - P_{t+1|t}\} P_{t+1|T}^{-1} \Phi_{t+1} P_t$$

Algoritmus pracuje efektívne, ak je Φ stabilné a K konverguje k reálnej matici, potom matica $P_{t+1|t}^{-1} \Phi_{t+1} P_t$ je stabilná.

V našej aplikácii používame formuláciu úlohy pozmenenú v dvoch bodoch:

- V rovniciach popisujúcich proces aj meranie sú pridané funkcie deterministických premenných $G(z_t)$
- Rovnica pre stavy je posunutá o jedno obdobie dopredu pridané deterministické premenné)

Úloha potom dostáva tvar:

$$\begin{bmatrix} b_{t+1} \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1(z_t) \\ G_2(z_t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi \\ H \end{bmatrix} b_t + \begin{bmatrix} u_{t+1} \\ h_t \end{bmatrix}$$

V našom prípade máme dve rovnice pre signály:

Prvá je identita rozkladajúca logaritmus HDP (y) na logaritmus potenciálneho produktu y_{pot} a relatívnu produkčnú medzeru y_{gap} (index t pre čas sme pre jednoduchosť vynechali):

$$y = y_{pot} + y_{gap}$$

Druhá je Philipsova krivka, ktorá určuje mieru jadrovej inflácie π_c ako funkciu produkčnej medzery y_{gap} , prírastok logaritmu nominálneho kurzu Δ_{ner} , exogénnych vplyvov \bar{P} a časovo posunutých hodnôt π_{c-1} a π_{c-4} , ktoré sa tu považujú za exogénne. V rovnici je tiež explicitne definovaná náhodná zložka η_1 . Philipsova krivka je lineárne homogénna v nominálnych veličinách.

$$\pi_c = -0.004 + 0.15 * y_{gap} + (1 - 0.32 - 0.65) * \Delta_{ner} + 0.32 * \pi_{c-1} + 0.65 * \pi_{c-4} + 0.15 * \bar{P} + \eta_1.$$

Najdôležitejšia rovnica pre stavy je I-S krivka. Vysvetľuje produkčnú medzeru jej časovo posunutými hodnotami y_{gap3} a y_{gap5} , čo je dôležité pre cyklický charakter tejto premennej a reálnou úrokovou mierou r . Stochastický charakter tohto vzťahu reflektuje náhodná zložka v_t .

$$y_{gap} = 1 * y_{gap_{-1}} - 0.3 * y_{gap5_{-1}} + 0.2 * y_{gap3_{-1}} - 0.2 * r_{-1} + v_1$$

Ďalšie rovnice definujú časovo posunuté hodnoty produkčnej medzery pre I-S krivku:

$$y_{gap1} = y_{gap_{-1}}$$

$$y_{gap2} = y_{gap1_{-1}}$$

$$y_{gap3} = y_{gap2_{-1}}$$

$$y_{gap4} = y_{gap3_{-1}}$$

$$y_{gap5} = y_{gap4_{-1}}$$

Potenciálny produkt je definovaný ako súčtový proces ponukových šokov $shock$ a s posunom (driftom) 1,15% za štvrtrok:

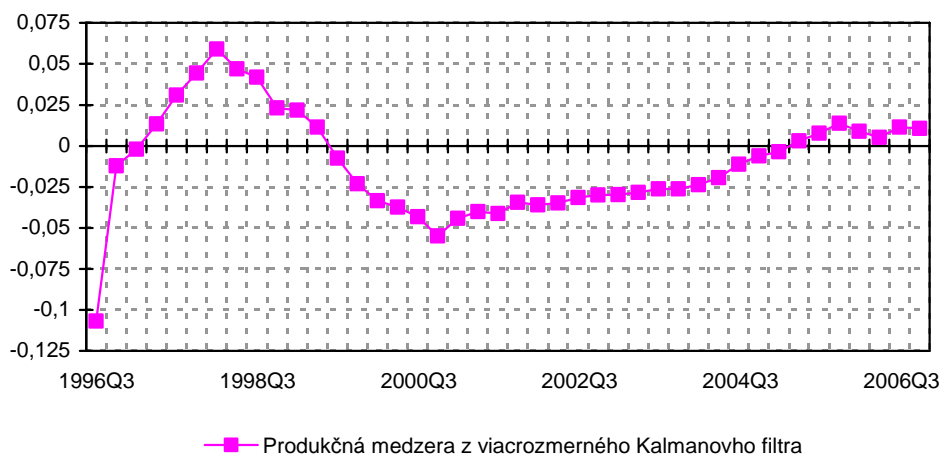
$$y_{pot} = 0.0115 + y_{pot_{-1}} + shock_{-1}$$

Nakoniec, ponukové šoky sú definované ako autokorelovaný náhodný proces pomocou náhodnej zložky v_2

$$shock = 0.3 * shock_{-1} + v_2$$

Model zložený z týchto rovníc sme odhadli metódou maximálnej vierohodnosti. V rámci tejto procedúry sa vypočítali aj filtrované a vyrovnané hodnoty stavov. Lokujúca konštanta vo Philipsovej krivke nebola dostatočne identifikovaná, podľa toho ako sme ju zvolili sa produkčná medzera posúvala smerom ku kladným, resp. záporným hodnotám. Preto sme ju exogénne určili tak aby bola produkčná medzera vo väčšine pozorovaní porovnateľná s produkčnou medzerou vypočítanou pomocou exponenciálneho trendu. Odhadový tvar a parametre odhadu uvádzame v prílohe. Výsledná produkčná medzera mala tvar:

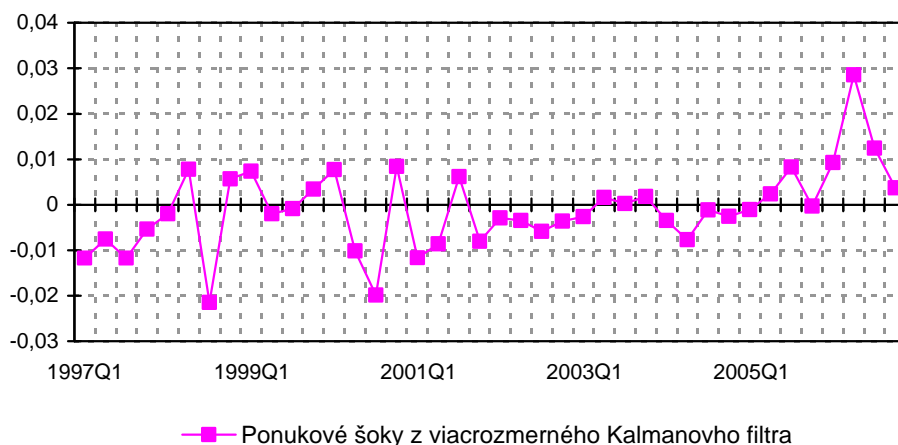
Graf č. 14 Produkčná medzera z viacrozmerného filtra s nepozorovanými premennými



Zdroj: vlastné výpočty

Nízke hodnoty na začiatku sledovaného obdobia boli výsledkom konvergenencie parametrov Kalmanovho filtra a treba ich považovať za ekonomicky irelevantné. Avšak porovnanie hodnôt na konci sledovaného obdobia s hodnotami z iných metód demonštruje silnú stránku Kalmanovho filtra – dokáže zachytiť nestacionaritu potenciálneho produktu spôsobenú kumuláciou technologických šokov. Solowov reziduál z produkčnej funkcie meria tiež ponukové šoky, ale keďže je to rezíduum z odhadu metódou najmenších štvorcov (o ktorom treba zaviesť určité predpoklady pre odhad), nemôže dostatočne vystihnúť podstatu tejto veličiny. Kalmanov filter teda spája výhody metód, ktoré definujú potenciálny produkt ako súčtový proces s výhodou štruktúrneho modelu. Ako vidno z grafu ponukových šokov, na začiatku sledovaného obdobia sa vyskytli negatívne šoky, spôsobené znehodnotením koruny pri zmene kurzového režimu a balíčkom ekonomických opatrení (časť produkcie sa stala nepredajná). Na konci sledovaného obdobia sú kladné šoky spôsobené uvedením nových kapacít do prevádzky. Tento prístup tiež nahrádza umelé premenné, ktoré sme museli používať pri niektorých metódach.

Graf č. 15 Ponukové šoky z viacrozmerného filtra s nepozorovanými premennými



Zdroj: vlastné výpočty

Viacrozmerný filter s nepozorovateľnými premennými (Kalmanov filter) poskytuje odhady produkčnej medzery s vysokou výrokovou schopnosťou, porovnateľnou s produkčnou funkciou (spomedzi tu prezentovaných metód). Na jednej strane síce nezachytáva závislosť potenciálneho produktu od výrobných faktorov tak explicitne ako produkčná funkcia, avšak jeho schopnosť zachytiť nestacionárny charakter technického pokroku v rámci ekonomicky interpretovateľného modelu je jedinečná.

Zhrnutie a záver

V tejto práci sme prezentovali viacero metód na detekciu nerovnováhy v reálnej ekonomike, založených na dekompozícii skutočného HDP na potenciálny produkt a produkčnú medzeru. Jednotlivé metódy vychádzajú z rôznych štatistických a ekonomických predpokladov o potenciálnom produkte, čo sa premieta do rôznych výsledkov. Vzhľadom na rôznosť predpokladov je otázne aj priemerovanie alebo iná agregácia výsledkov. Pri hodnotení

výsledkov jednotlivých metód a voľbe medzi nimi sa treba venovať trom oblastiam, ktoré ovplyvňujú ich použiteľnosť a výrokovú schopnosť:

- Jednoduchosť implementácie danej metódy
- Reálnosť štatistických predpokladov – koherentnosť s údajmi
- Reálnosť ekonomických predpokladov – koherentnosť s kvalitatívnymi faktami

Prezentované metódy možno rozdeliť na jednorozmerné a viacrozmerné. Jednorozmerné metódy vychádzajú skôr zo štatistických predpokladov, viacrozmerné používajú v rôznej miere aj ekonomické predpoklady, čo síce zvyšuje ich výrokovú schopnosť, ale aj výpočtovú náročnosť.

Vhodnosť tej-ktorej metódy treba vždy posúdiť podľa situácie a požadovaných vlastností výsledkov. Vzhľadom na veľkú rozmanitosť ekonomického vývoja bolo vyvinuté množstvo metód, ktoré sú vhodné v špeciálnych prípadoch. Vo všeobecnosti sa však používajú hlavne metódy, ktoré sme tu prezentovali. Z jednorozmerných metód si podľa nášho názoru zasluhujú pozornosť hlavne trendové metódy a jednorozmerný Hodrick- Prescottov filter. Tieto metódy majú všeobecné predpoklady, ktoré možno v prípade trendových metód modifikovať a sú jednoduché. Z viacrozmerných metód si zasluhujú pozornosť hlavne produkčná funkcia pre vysokú analytickú silu tohto postupu a viacrozmerný filter s nepozorovanými veličinami pre svoju schopnosť vystihnúť nestacionárny charakter technického pokroku v rigoróznom ekonomickom kontexte.

Z kvalitatívneho hľadiska možno hospodársky vývoj na Slovensku od roku 1996 do roku 2006 rozdeliť na tri rôzne etapy: nerovnovážny rast s expanzívnou hospodárskou politikou do konca roku 1998, kontrakcia a postupná konsolidácia od roku 1999 do roku 2002 a postupná akcelerácia rastu spôsobená priamymi zahraničnými investíciami od roku 2003 do súčasnosti. Výsledky aplikácie metód výpočtu nerovnováhy na slovenskú ekonomiku sa líšia v svojich hodnotách pre rôznosť použitých predpokladov. Všeobecne však možno konštatovať, že sú v súlade s logikou kvalitatívnych znakov hospodárskeho vývoja na Slovensku: od začiatku sledovaného obdobia do roku 1999 bola produkčná medzera kladná, od roku 1999 asi do roku 2003 bola záporná a po roku 2003 sa uzavrela a postupne nadobúda kladné hodnoty.

Literatúra

Antoničová, Z. - Huček J. (2005). „Viacrozmerný filter s nemerateľnými stavmi“, *BIATEC*, ročník 13, č.6 str. 13 – 18

Baxter, M - King, R (1995), „Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters For Time Series“, *NBER Working Paper*, Cambridge

Blanchard, O. – Quah, D. (1989). „The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances“, *American Economic Review* 79, str. 655-73

Benati L, (2001). „Band-Pass Filtering, Cointegration, And Business Cycle Analysis“. *Working paper*, Bank of England, London

Benk S.,– Jakab Z.–Kovács M., – Párkányi B. – Reppa Z., – Vadas G. (2006). The Hungarian Quarterly Projection Model (NEM), *Occasional Paper 60*, MNB, Budapest

Beveridge, S. and C. R. Nelson (1981).“A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the ‘Business Cycle’.” *Journal of Monetary Economics* 7(2), str. 151–74

Bruchez, P. A.: (2003).“A Modification of the HP Filter, Aiming at Reducing the End-Point Bias“, *Working Paper*, Swiss Federal Finance Administration, Bern

Cogley, T. (2006):Data Filters, *Working paper*, University of California, Davis

Darvas, Z.- Vadas G. (2003).“Univariate Potential Output Estimations For Hungary“, *MNB Working Paper 2003/8*, Budapest

Hodrick, R.J. - E. C. Prescott, (1980).“Post-war U.S. Business Cycles: an Empirical Investigation”, *Discussion Paper No. 451*, Carnegie Mellon University,.

Christiano, L and Fitzgerald, T. (1999). „The band-pass filter“, *NBER Working Paper*, Cambridge

Klein, Lawrence R. (1960). “Some Theoretical Issues in the Measurement of Capacity,” *Econometrica*, Vol. 28, pp. 272-286.

Menashe Y. - Yakhin, Y. (2004). „Mind The Gap: Structural And Nonstructural Approaches To Estimating Israel’s Output Gap“, *Israel Economic Review Vol. 2, No. 2*, str. 79–106

Pollock, S. (2002): „Recursive Estimation in Economics“, *Working Paper No. 462*, Queen Mary, University of London

Roeger, W. (2006). „The Production Function Approach to Calculating Potential Growth and Output Gaps, Estimates for EU Member States and the US“ Paper prepared for the workshop on Perspectives on potential output and productivity growth, organised by Banque de France and Bank of Canada, April 24 and 25, 2006, EU-Commission, DG ECFIN

Slevin, G.: Potential Output And The Output Gap In Ireland, Technical Paper 5/Rt/01, Central Bank Of Ireland 2001

Smets, F. (1998). „Output Gap Uncertainty: Does It Matter For The Taylor Rule?“, *BIS Working Paper No. 60*, Basle,

Štekláčová, L. (2003). „Meranie produkčnej medzery SR.“ *Diplomová práca*, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave, Bratislava

Tóth, J. (2003): „Slovak Output Gap“, *Economics Paper No. 2*, ING, Bratislava

Príloha

Parametre rovnice s jednoduchým trendom:

Dependent Variable: LOG(NAGDPRA)

Method: Least Squares

Date: 10/24/07 Time: 17:40

Sample: 1995Q1 2006Q4

Included observations: 48

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	12.01154	0.015267	786.7733	0.0000
TIME	0.009280	0.000334	27.74949	0.0000
R-squared	0.943630	Mean dependent var		12.41521
Adjusted R-squared	0.942404	S.D. dependent var		0.133741
S.E. of regression	0.032097	Akaike info criterion		-3.999356
Sum squared resid	0.047389	Schwarz criterion		-3.921390
Log likelihood	97.98455	Hannan-Quinn criter.		-3.969893
F-statistic	770.0342	Durbin-Watson stat		0.159169
Prob(F-statistic)	0.000000			

Parametre rovnice so zlomom v trende:

Parametre rovnice s zlomom v trende:

Dependent Variable: LOG(NAGDPRA)

Method: Least Squares

Date: 03/31/08 Time: 17:54

Sample: 1995Q1 2006Q4

Included observations: 48

LOG(NAGDPRA)=C(1)+C(2)*TIME+C(3)*((TIME-51)*(TIME>51)+(TIME-64)
*(TIME>64))

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	12.07606	0.014776	817.2485	0.0000
C(2)	0.007338	0.000382	19.20980	0.0000
C(3)	0.006742	0.001027	6.563843	0.0000
R-squared	0.971202	Mean dependent var		12.41521
Adjusted R-squared	0.969922	S.D. dependent var		0.133741
S.E. of regression	0.023195	Akaike info criterion		-4.629318
Sum squared resid	0.024210	Schwarz criterion		-4.512368
Log likelihood	114.1036	Hannan-Quinn criter.		-4.585123
F-statistic	758.7998	Durbin-Watson stat		0.268924
Prob(F-statistic)	0.000000			

Parametre odhadu ARIMA modelu pre jednorozmernú Beveridge-Nelsonovu dekompozíciu:
 Parametre odhadu ARIMA modelu pre jednorozm. Beveridge-Nelsonovu dekompozíciu

Dependent Variable: DLOG(NAGDPSA1)-@MEAN(DLOG(NAGDPSA1),"1992q4 2010q4")

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1995Q2 2006Q4

Included observations: 47 after adjustments

Convergence achieved after 33 iterations

MA Backcast: 1995Q1

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
TIME=32	-0.029691	0.004754	-6.245007	0.0000
TIME=33	0.028169	0.004755	5.924420	0.0000
TIME=24	-0.031483	0.004635	-6.792284	0.0000
AR(1)	0.947118	0.099197	9.547850	0.0000
MA(1)	-0.550288	0.181981	-3.023881	0.0042
R-squared	0.769776	Mean dependent var		-0.000129
Adjusted R-squared	0.747850	S.D. dependent var		0.010201
S.E. of regression	0.005122	Akaike info criterion		-7.610071
Sum squared resid	0.001102	Schwarz criterion		-7.413247
Log likelihood	183.8367	Hannan-Quinn criter.		-7.536005
Durbin-Watson stat	1.906053			
Inverted AR Roots	.95			
Inverted MA Roots	.55			

Parametre rovnice pre výpočet nerovnováhy zahraničného obchodu (keďže táto nemusí byť zo štatistického hľadiska biely šum, abstrahovali sme od nízkej hodnoty Durbin- Watsonovho testu):

Dependent Variable: QNX

Method: Least Squares

Sample (adjusted): 1996Q1 2006Q4

Included observations: 44 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.071464	0.013786	-5.183807	0.0000
LYGAPR	-0.443953	0.162626	-2.729911	0.0094
DLOG(AREERPPIM2(-3),0,4)	-0.148371	0.091790	-1.616419	0.1139
DLOG(GDP_E15,0,4)	0.639404	0.551438	1.159520	0.2531
R-squared	0.254800	Mean dependent var		-0.060908
Adjusted R-squared	0.198910	S.D. dependent var		0.035933
S.E. of regression	0.032161	Akaike info criterion		-3.949616
Sum squared resid	0.041373	Schwarz criterion		-3.787417

Log likelihood	90.89156	Hannan-Quinn criter.	-3.889465
F-statistic	4.558958	Durbin-Watson stat	0.700113
Prob(F-statistic)	0.007712		

Parametre rozšírenej Philipsovej krivky:
Parametre rozšírenej Philipsovej krivky

Dependent Variable: DLOG(CPIC)
Method: Least Squares
Date: 10/24/07 Time: 17:40
Sample (adjusted): 1996Q2 2006Q4
Included observations: 43 after adjustments

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.003068	0.001341	2.287372	0.0285
GROWTH0(-1)	0.002272	0.001663	1.365780	0.1810
UR0(-1)	0.001176	0.001672	0.703675	0.4864
QNXGAP0(-1)	0.000630	0.000844	0.746406	0.4606
DLOG(EURSKK(-1))	0.059549	0.032023	1.859583	0.0716
DLOG(CPIC(-4))	0.475211	0.100036	4.750385	0.0000
INFLEX	0.238729	0.055301	4.316933	0.0001
TIME=34	-0.013586	0.005064	-2.682850	0.0112
TIME=45	0.014150	0.005127	2.760145	0.0092

R-squared	0.721918	Mean dependent var	0.009266
Adjusted R-squared	0.656487	S.D. dependent var	0.008152
S.E. of regression	0.004778	Akaike info criterion	-7.665955
Sum squared resid	0.000776	Schwarz criterion	-7.297332
Log likelihood	173.8180	Hannan-Quinn criter.	-7.530018
F-statistic	11.03326	Durbin-Watson stat	2.186291
Prob(F-statistic)	0.000000		

Parametre priameho odhadu produkčnej funkcie:

System: CES2
Estimation Method: Full Information Maximum Likelihood (Marquardt)
Date: 10/03/07 Time: 11:58
Sample: 1996Q1 2006Q3
Included observations: 43
Total system (balanced) observations 86
Convergence achieved after 23 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	0.167895	0.018713	8.971962	0.0000
C(2)	0.434096	0.122293	3.549627	0.0004
C(3)	0.476304	0.017554	27.13390	0.0000
C(7)	2.149088	1.351196	1.590508	0.1117
C(5)	-0.303625	0.163522	-1.856780	0.0633

Log likelihood	-651.2111	Schwarz criterion	30.72624
----------------	-----------	-------------------	----------

Avg. log likelihood	-7.572222	Hannan-Quinn criter.	30.59697
Akaike info criterion	30.52145		
Determinant residual covariance	5.42E-09		

Equation: $NAGDPSA/10^6=C(1)*C(2)*((KAPIT2000)/10^{10})^{((C(3)-1)/C(3))}+(1-C(2))*(EMP_NUSSA*(1+C(7)*QH)/10^3)^{((C(3)-1)/C(3))}^{C(3)}/(C(3)-1)*EXP(0.02*TIMEY)$

Observations: 43

R-squared	0.933183	Mean dependent var	0.251774
Adjusted R-squared	0.928043	S.D. dependent var	0.029407
S.E. of regression	0.007888	Sum squared resid	0.002427
Prob(F-statistic)	0.175248		

Equation: $LOG(EMP_NUSSA)=C(5)+LOG(NAGDPSA)-C(3)*LOG(WANWENSA)$

Observations: 43

R-squared	0.680531	Mean dependent var	7.639578
Adjusted R-squared	0.672739	S.D. dependent var	0.022577
S.E. of regression	0.012916	Sum squared resid	0.006839
Prob(F-statistic)	0.970241		

Parametre dvojstupňového odhadu produkčnej funkcie:

System: CES3

Estimation Method: Full Information Maximum Likelihood (Marquardt)

Date: 04/03/08 Time: 11:07

Sample: 1996Q1 2006Q3

Included observations: 43

Total system (balanced) observations 86

Convergence achieved after 21 iterations

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(1)	0.209006	0.013016	16.05783	0.0000
C(2)	0.685573	0.084249	8.137439	0.0000
C(8)	6.355187	0.621111	10.23196	0.0000
C(3)	0.472646	0.009805	48.20585	0.0000
C(7)	5.348203	2.218744	2.410464	0.0159
C(5)	-0.338291	0.092612	-3.652769	0.0003

Log likelihood	-610.4953	Schwarz criterion	28.91995
Avg. log likelihood	-7.098783	Hannan-Quinn criter.	28.76483
Akaike info criterion	28.67420		
Determinant residual covariance	1.28E-09		

Equation: $NAGDPSA/10^6=C(1)*C(2)*((KAPIT2000*(1+C(8)*QKAPH))/10^{10})^{((C(3)-1)/C(3))}+(1-C(2))*(EMP_NUSSA*(1+C(7)*QH)/10^3)^{((C(3)-1)/C(3))}^{C(3)}/(C(3)-1)*EXP(0.02*TIMEY)$

Observations: 43

R-squared	0.989373	Mean dependent var	0.251774
Adjusted R-squared	0.988255	S.D. dependent var	0.029407
S.E. of regression	0.003187	Sum squared resid	0.000386
Prob(F-statistic)	0.735606		

Equation: LOG(EMP_NUSSA)=C(5)+LOG(NAGDPSA)-C(3)
 *LOG(WANWENSA)

Observations: 43

R-squared	0.683592	Mean dependent var	7.639578
Adjusted R-squared	0.675875	S.D. dependent var	0.022577
S.E. of regression	0.012854	Sum squared resid	0.006774
Prob(F-statistic)	0.980196		

Parametre VAR procesu pre viacrozmernú BN dekompozíciu a výpočet so štruktúrnym VARom:

Null Hypothesis: DY2 has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 4 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*
Phillips-Perron test statistic	-6.758628	0.0000
Test critical values:		
1% level	-4.165756	
5% level	-3.508508	
10% level	-3.184230	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	9.76E-05
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000157

Phillips-Perron Test Equation
 Dependent Variable: D(DY2)
 Method: Least Squares
 Date: 03/13/07 Time: 16:34
 Sample (adjusted): 1995Q2 2006Q4
 Included observations: 47 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DY2(-1)	-0.976176	0.150285	-6.495503	0.0000
C	-0.004751	0.003751	-1.266526	0.2120
@TREND(1993Q2)	0.000149	0.000111	1.345986	0.1852

R-squared	0.490552	Mean dependent var	9.60E-05
-----------	----------	--------------------	----------

Adjusted R-squared	0.467395	S.D. dependent var	0.013988
S.E. of regression	0.010208	Akaike info criterion	-6.269571
Sum squared resid	0.004585	Schwarz criterion	-6.151477
Log likelihood	150.3349	F-statistic	21.18399
Durbin-Watson stat	1.955579	Prob(F-statistic)	0.000000

Null Hypothesis: DY2 is stationary
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 5 (Newey-West using Bartlett kernel)

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.181899
Asymptotic critical values*:	
	1% level
	5% level
	10% level

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	9.74E-05
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000184

KPSS Test Equation
 Dependent Variable: DY2
 Method: Least Squares
 Date: 03/13/07 Time: 16:35
 Sample (adjusted): 1995Q1 2006Q4
 Included observations: 48 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.003866	0.003519	-1.098518	0.2777
@TREND(1993Q2)	0.000127	0.000105	1.206525	0.2338

R-squared	0.030675	Mean dependent var	-7.23E-20
Adjusted R-squared	0.009603	S.D. dependent var	0.010131
S.E. of regression	0.010083	Akaike info criterion	-6.315227
Sum squared resid	0.004676	Schwarz criterion	-6.237260
Log likelihood	153.5654	F-statistic	1.455701
Durbin-Watson stat	1.924581	Prob(F-statistic)	0.233784

Null Hypothesis: DP2 has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Bandwidth: 0 (Newey-West using Bartlett kernel)

	Adj. t-Stat	Prob.*

Phillips-Perron test statistic		-6.449053	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.140858	
	5% level	-3.496960	
	10% level	-3.177579	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Residual variance (no correction)	2.93E-05
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	2.93E-05

Phillips-Perron Test Equation

Dependent Variable: D(DP2)

Method: Least Squares

Date: 03/13/07 Time: 16:36

Sample (adjusted): 1993Q4 2006Q4

Included observations: 53 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DP2(-1)	-0.734064	0.113825	-6.449053	0.0000
C	0.007302	0.002247	3.249931	0.0021
@TREND(1993Q2)	-0.000288	7.52E-05	-3.829813	0.0004
R-squared	0.466656	Mean dependent var		-0.000826
Adjusted R-squared	0.445323	S.D. dependent var		0.007488
S.E. of regression	0.005577	Akaike info criterion		-7.485413
Sum squared resid	0.001555	Schwarz criterion		-7.373887
Log likelihood	201.3635	F-statistic		21.87410
Durbin-Watson stat	2.201823	Prob(F-statistic)		0.000000

Null Hypothesis: DP2 is stationary

Exogenous: Constant, Linear Trend

Bandwidth: 4 (Newey-West using Bartlett kernel)

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.145487
Asymptotic critical values*:	
	1% level
	5% level
	10% level

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	4.56E-05
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	8.34E-05

KPSS Test Equation

Dependent Variable: DP2

Method: Least Squares

Date: 03/13/07 Time: 16:37

Sample (adjusted): 1993Q3 2006Q4

Included observations: 54 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.013083	0.001899	6.887424	0.0000
@TREND(1993Q2)	-0.000476	6.01E-05	-7.916680	0.0000
R-squared	0.546540	Mean dependent var		6.10E-19
Adjusted R-squared	0.537820	S.D. dependent var		0.010124
S.E. of regression	0.006882	Akaike info criterion		-7.083362
Sum squared resid	0.002463	Schwarz criterion		-7.009696
Log likelihood	193.2508	F-statistic		62.67382
Durbin-Watson stat	1.186417	Prob(F-statistic)		0.000000

Estimation Proc:

=====

LS 1 7 DY2 DP2 @ D98Q4 (TIME=33) (TIME=32) (TIME=48) (TIME=23) (TIME=19) (TIME=20) (TIME=30)

VAR Model:

=====

DY2 = C(1,1)*DY2(-1) + C(1,2)*DY2(-2) + C(1,3)*DY2(-3) + C(1,4)*DY2(-4) + C(1,5)*DY2(-5) + C(1,6)*DY2(-6) + C(1,7)*DY2(-7) + C(1,8)*DP2(-1) + C(1,9)*DP2(-2) + C(1,10)*DP2(-3) + C(1,11)*DP2(-4) + C(1,12)*DP2(-5) + C(1,13)*DP2(-6) + C(1,14)*DP2(-7) + C(1,15)*D98Q4 + C(1,16)*(TIME=33) + C(1,17)*(TIME=32) + C(1,18)*(TIME=48) + C(1,19)*(TIME=23) + C(1,20)*(TIME=19) + C(1,21)*(TIME=20) + C(1,22)*(TIME=30)

DP2 = C(2,1)*DY2(-1) + C(2,2)*DY2(-2) + C(2,3)*DY2(-3) + C(2,4)*DY2(-4) + C(2,5)*DY2(-5) + C(2,6)*DY2(-6) + C(2,7)*DY2(-7) + C(2,8)*DP2(-1) + C(2,9)*DP2(-2) + C(2,10)*DP2(-3) + C(2,11)*DP2(-4) + C(2,12)*DP2(-5) + C(2,13)*DP2(-6) + C(2,14)*DP2(-7) + C(2,15)*D98Q4 + C(2,16)*(TIME=33) + C(2,17)*(TIME=32) + C(2,18)*(TIME=48) + C(2,19)*(TIME=23) + C(2,20)*(TIME=19) + C(2,21)*(TIME=20) + C(2,22)*(TIME=30)

VAR Model - Substituted Coefficients:

=====

DY2 = 0.2685096794*DY2(-1) + 0.2315865748*DY2(-2) + 0.1967150162*DY2(-3) - 0.08796456925*DY2(-4) + 0.1589273385*DY2(-5) - 0.07273592572*DY2(-6) + 0.09077867038*DY2(-7) + 0.03578760052*DP2(-1) - 0.1165037485*DP2(-2) + 0.06651737844*DP2(-3) - 0.08579211192*DP2(-4) + 0.3722596743*DP2(-5) - 0.3601528832*DP2(-6) - 0.2562998359*DP2(-7) - 0.02739906195*D98Q4 + 0.03823303236*(TIME=33) - 0.03083683204*(TIME=32) + 0.0008422924798*(TIME=48) + 0.001797977856*(TIME=23) - 0.001688571824*(TIME=19) - 0.002349502644*(TIME=20) - 0.000873257841*(TIME=30)

$$\begin{aligned}
 DP2 = & 0.0001081254827*DY2(-1) - 0.2946080002*DY2(-2) + 0.06876529534*DY2(-3) + \\
 & 0.1054722131*DY2(-4) + 0.1905659574*DY2(-5) + 0.07868073937*DY2(-6) + 0.009103955303*DY2(- \\
 & 7) + 0.4603044302*DP2(-1) + 0.1077903734*DP2(-2) + 0.3093693841*DP2(-3) - \\
 & 0.1663923248*DP2(-4) + 0.03281039635*DP2(-5) + 0.0258694047*DP2(-6) + 0.1323071501*DP2(-7) \\
 & + 0.009548701147*D98Q4 - 0.001122691024*(TIME=33) + 0.005141521533*(TIME=32) - \\
 & 0.009358973242*(TIME=48) - 0.02255765369*(TIME=23) - 0.01534080875*(TIME=19) + \\
 & 0.01275756631*(TIME=20) - 0.006374147347*(TIME=30)
 \end{aligned}$$

Vector Autoregression Estimates

Date: 03/13/07 Time: 16:30

Sample (adjusted): 1996Q4 2006Q4

Included observations: 41 after adjustments

Standard errors in () & t-statistics in []

	DY2	DP2
DY2(-1)	0.268510 (0.11011) [2.43866]	0.000108 (0.07631) [0.00142]
DY2(-2)	0.231587 (0.07766) [2.98195]	-0.294608 (0.05382) [-5.47375]
DY2(-3)	0.196715 (0.09861) [1.99483]	0.068765 (0.06834) [1.00622]
DY2(-4)	-0.087965 (0.09436) [-0.93224]	0.105472 (0.06539) [1.61292]
DY2(-5)	0.158927 (0.08462) [1.87819]	0.190566 (0.05864) [3.24968]
DY2(-6)	-0.072736 (0.10883) [-0.66837]	0.078681 (0.07542) [1.04325]
DY2(-7)	0.090779 (0.09366) [0.96923]	0.009104 (0.06491) [0.14026]
DP2(-1)	0.035788 (0.20173) [0.17740]	0.460304 (0.13980) [3.29253]
DP2(-2)	-0.116504	0.107790

METÓDY DETEKČIE NEROVNOVÁHY V REÁLNEJ EKONOMIKE SR

	(0.13633)	(0.09448)
	[-0.85459]	[1.14091]
DP2(-3)	0.066517	0.309369
	(0.13776)	(0.09547)
	[0.48285]	[3.24050]
DP2(-4)	-0.085792	-0.166392
	(0.18305)	(0.12686)
	[-0.46867]	[-1.31162]
DP2(-5)	0.372260	0.032810
	(0.15383)	(0.10661)
	[2.41993]	[0.30777]
DP2(-6)	-0.360153	0.025869
	(0.12538)	(0.08689)
	[-2.87243]	[0.29772]
DP2(-7)	-0.256300	0.132307
	(0.13573)	(0.09407)
	[-1.88824]	[1.40652]
D98Q4	-0.027399	0.009549
	(0.00634)	(0.00439)
	[-4.32501]	[2.17495]
TIME=33	0.038233	-0.001123
	(0.00534)	(0.00370)
	[7.15872]	[-0.30333]
TIME=32	-0.030837	0.005142
	(0.00409)	(0.00283)
	[-7.54711]	[1.81575]
TIME=48	0.000842	-0.009359
	(0.00355)	(0.00246)
	[0.23748]	[-3.80750]
TIME=23	0.001798	-0.022558
	(0.00465)	(0.00322)
	[0.38687]	[-7.00372]
TIME=19	-0.001689	-0.015341
	(0.00374)	(0.00259)
	[-0.45130]	[-5.91628]
TIME=20	-0.002350	0.012758
	(0.00499)	(0.00346)

	[-0.47101]	[3.69043]
TIME=30	-0.000873 (0.00563) [-0.15498]	-0.006374 (0.00390) [-1.63234]
R-squared	0.950545	0.938962
Adj. R-squared	0.895884	0.871498
Sum sq. resids	0.000214	0.000103
S.E. equation	0.003357	0.002326
F-statistic	17.38980	13.91806
Log likelihood	191.1566	206.1911
Akaike AIC	-8.251542	-8.984934
Schwarz SC	-7.332065	-8.065456
Mean dependent	-0.000804	-0.003533
S.D. dependent	0.010404	0.006490
Determinant resid covariance (dof adj.)		4.95E-11
Determinant resid covariance		1.06E-11
Log likelihood		401.6327
Akaike information criterion		-17.44550
Schwarz criterion		-15.60654

Roots of Characteristic Polynomial

Endogenous variables: DY2 DP2

Exogenous variables: D98Q4 (TIME=33) (TIME=32)
(TIME=48) (TIME=23) (TIME=19) (TIME=20)
(TIME=30)

Lag specification: 1 7

Date: 03/13/07 Time: 16:39

Root	Modulus
0.989275 – 0.090630i	0.993418
0.989275 + 0.090630i	0.993418
0.704017 – 0.544056i	0.889740
0.704017 + 0.544056i	0.889740
-0.562900 – 0.563912i	0.796777
-0.562900 + 0.563912i	0.796777
-0.678533 – 0.322966i	0.751474
-0.678533 + 0.322966i	0.751474
0.203970 – 0.714370i	0.742919
0.203970 + 0.714370i	0.742919
-0.243568 – 0.678453i	0.720849
-0.243568 + 0.678453i	0.720849
-0.047854 – 0.419856i	0.422575
-0.047854 + 0.419856i	0.422575

No root lies outside the unit circle.
 VAR satisfies the stability condition.

VAR Lag Order Selection Criteria

Endogenous variables: DY2 DP2

Exogenous variables: D98Q4 (TIME=33) (TIME=32) (TIME=48) (TIME=23) (TIME=19) (TIME=20) (TIME=30)

Date: 03/13/07 Time: 16:40

Sample: 1993Q2 2006Q4

Included observations: 40

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	303.6364	NA	1.97e-09	-14.38182	-13.70627	-14.13756
1	328.7652	37.69316	6.91e-10	-15.43826	-14.59382	-15.13294
2	342.2662	18.90141	4.37e-10	-15.91331	-14.89998	-15.54692
3	359.7108	22.67804	2.28e-10	-16.58554	-15.40333	-16.15809
4	362.5600	3.418949	2.50e-10	-16.52800	-15.17689	-16.03948
5	378.0247	17.01125	1.47e-10	-17.10124	-15.58125	-16.55166
6	387.8602	9.835458*	1.17e-10	-17.39301	-15.70413	-16.78236
7	396.8680	8.107032	9.80e-11*	-17.64340	-15.78563*	-16.97169*
8	401.1218	3.403069	1.07e-10	-17.65609*	-15.62944	-16.92332

* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

VAR Residual Serial Correlation LM Tests

H0: no serial correlation at lag order h

Date: 03/13/07 Time: 16:42

Sample: 1993Q2 2006Q4

Included observations: 41

Lags	LM-Stat	Prob
1	2.005781	0.7347
2	3.084307	0.5438
3	6.488975	0.1655
4	5.752472	0.2184
5	7.099928	0.1307
6	5.906033	0.2063
7	1.488405	0.8287
8	5.186344	0.2687

9	4.692956	0.3203
10	2.676582	0.6133
11	1.334020	0.8556
12	2.344341	0.6727

Probs from chi-square with 4 df.

Odhadový tvar modelu viacrozmerného filtra s nepozorovanými premennými:

@SIGNAL LOG(NAGDPRA) = LYPOT+LYGAP

@SIGNAL DLOG(CPIC) = -0.004 + C(21)*LYGAP+(1-C(22)-C(24))*DLOG(EURSKK)
+C(22)*DLOG(CPIC(-1)) +C(24)*DLOG(CPIC(-4)) +C(25)*INFLEX + [VAR=C(29)^2]

@STATE LYGAP =+C(11)*LYGAP(-1) + C(12)*LYGAP5(-1) +C(13)*LYGAP3(-1)
+C(15)*REALINTR1+[VAR=C(16)^2]

@STATE LYGAP1 = LYGAP(-1)

@STATE LYGAP2 = LYGAP1(-1)

@STATE LYGAP3 = LYGAP2(-1)

@STATE LYGAP4 = LYGAP3(-1)

@STATE LYGAP5 = LYGAP4(-1)

@STATE LYPOT =C(40)+LYPOT(-1)+DIST(-1)

@STATE DIST =C(51)*DIST(-1)+[VAR=C(52)^2]

Parametre modelu viacrozmerného filtra s nepozorovanými premennými:

Sspace: SV

Method: Maximum likelihood (Marquardt)

Date: 06/27/07 Time: 15:12

Sample: 1995:2 2006:4

Included observations: 42

Estimation settings: tol= 0.00010, derivs=accurate numeric

Initial Values: C(11)=1.00000, C(12)=-0.30000, C(13)=0.20000, C(15)=
-0.20000, C(16)=0.01000, C(21)=0.15000, C(22)=0.32000,
C(24)=0.65000, C(25)=0.15000, C(29)=0.01000, C(40)=0.01150,
C(51)=0.30000, C(52)=0.01500

Convergence achieved after 1 iteration

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C(11)	1.000001	0.001163	859.7981	0.0000
C(12)	-0.300000	2.02E-05	-14883.64	0.0000
C(13)	0.200000	1.93E-05	10345.09	0.0000
C(15)	-0.200000	0.053083	-3.767712	0.0002
C(16)	0.010000	3.28E-06	3052.729	0.0000
C(21)	0.150000	1.11E-05	13550.57	0.0000
C(22)	0.320000	0.135045	2.369576	0.0178
C(24)	0.650000	0.159020	4.087549	0.0000
C(25)	0.150000	0.087303	1.718162	0.0858
C(29)	0.010000	8.61E-06	1161.844	0.0000
C(40)	0.011500	0.006007	1.914278	0.0556
C(51)	0.300000	4.35E-05	6889.355	0.0000
C(52)	0.015000	2.21E-06	6775.107	0.0000
	Final State	Root MSE	z-Statistic	Prob.
LYGAP	0.002139	0.026265	0.081458	0.9351
LYGAP1	0.009132	0.024086	0.379130	0.7046
LYGAP2	0.010283	0.022621	0.454593	0.6494
LYGAP3	0.004591	0.021496	0.213562	0.8309
LYGAP4	0.008763	0.020636	0.424660	0.6711
LYGAP5	0.014215	0.019996	0.710872	0.4772
LYPOT	12.72121	0.029238	435.0890	0.0000
DIST	0.001123	0.015680	0.071641	0.9429

Log likelihood	164.6903	Akaike info criterion	-7.223350
Parameters	13	Schwarz criterion	-6.685499
Diffuse priors	8	Hannan-Quinn criter.	-7.026206
