



NÁRODNÁ BANKA SLOVENSKA
EUROSYSTEM

PORTMANTEAU TESTY LINEARITY STACIONÁRNYCH RADOV

MARIÁN VÁVRA

ZACHARIAS PSARADAKIS

NETECHNICKÉ
ZHRNUTIE

1/2016



© Národná banka Slovenska
www.nbs.sk
Imricha Karvaša 1
813 25 Bratislava

research@nbs.sk

Apríl 2016

ISSN 1337-5830

Práca neprešla jazykovou úpravou.

Prezentované názory a výsledky v tejto štúdii sú názormi autora a nevyjadrujú oficiálne stanovisko Národnej banky Slovenska.

Všetky práva vyhradené.

Krátke časti textu, nie viac ako dva odseky, môžu byť citované bez predchádzajúceho súhlasu autorov, pokiaľ bude úplne uvedený zdroj.



Portmanteau testy linearity stacionárnych radov

Výskumná štúdia NBS

Marián Vávra, Zacharias Psaradakis¹

Abstrakt

Táto výskumná štúdia sa zaoberá problémom testovania linearity v stacionárnych časových radoch. Predstavuje Portmanteauov test, ktorý je založený na zovšeobecnenej korelácii reziduálov lineárneho modelu (to znamená, že sa uvažujú rozdielne mocniny autokorelácie a krížovej korelácie náhodných zložiek). Vlastnosti navrhnutých testov v konečných vzorkách sú zhodnotené pomocou stredných hodnôt Monte Carlo experimentov. Výsledky simulácií naznačujú, že navrhnuté testy krížových korelácií sú silnejšie v detekcii nelinearít ako populárne testy založené na autokorelácií štvorcov reziduálov. Testy sú aplikované na 100 časových radoch výnosov akcií.

JEL klasifikácia: C12, C22, C52

Kľúčové slová: autokorelácia; krížová korelácia; nelinearita; Portmanteau Q test; akcie

Voľne prístupné na <http://www.nbs.sk/sk/publikacie/publikacie-vyskumu>

¹ Marián Vávra, Odbor výskumu NBS; Zacharias Psaradakis, University of London.



1. NETECHNICKÉ ZHRNUTIE

Testovanie linearity v ekonomických radoch je dôležitý prvý krok pri konštrukcii modelov, pretože vďaka výpočtovej náročnosti a zložitosti nelineárnych modelov je viac ako žiaduce najprv otestovať adekvátnosť lineárneho modelu pred tým, ako začneme konštruovať model nelineárny. V posledných rokoch je o problém testovania nelinearity v ekonomických a finančných modeloch časových radov veľký záujem. V literatúre je dostupný veľký počet štatistických procedúr navrhnutých na testovanie nulovej hypotézy lineárnosti oproti nelineárnym alternatívam. Tieto procedúry obsahujú všeobecný Portmanteauov test bez bližšie špecifikovanej alternatívy, ako aj testy s plne špecifikovanými parametrickými alternatívami.

Táto výskumná štúdia prispieva k relevantnej literatúre tým, že predstavuje Portmanteauov test linearity stacionárnych časových radov založený na zovšeobecnenej korelácii reziduálov z lineárneho modelu s konečným počtom parametrov. Inými slovami, štúdia využíva rozdielne mocniny autokorelácie a krížovej korelácie náhodných zložiek. Tieto testy sú v princípe podobné ako populárny McLeod - Li test, ktorý vychádza z empirických autokorelácií štvorcov reziduálov. Tento test je známy tým, že dobre reaguje na autoregresné modely podmienenej heteroskedasticity (ARCH), ale má slabú silu oproti iným zaujímavým typom nelinearít.

Predkladaná štúdia má tri nasledujúce ciele:

- 1) Navrhnuť jednoduchú testovaciu štatistiku, pomocou ktorej môžeme otestovať, či je vybraný ekonomický rad realizáciou lineárneho alebo nelineárneho procesu.
- 2) Porovnanie štatistických vlastností navrhnutého testu s vlastnosťami vyššie uvedeného testu (t.j. McLeod - Li testu).
- 3) Aplikácia navrhovaného testu na súbor výnosov 100 amerických akcií.



1. Nový test

Uvažujme nasledujúci kovariačne stacionárny rad s krátkou pamäťou $\{X_t\}$ pre ktorý platí:

$$X_t - \mu = \Psi(L)\varepsilon_t, \quad (1)$$

pre $t \in \mathbb{Z}$. $\Psi(L) = 1 + \sum \psi_j(\delta)z^j$ pre $z \in \mathbb{C}$ kde $\{\psi_j(\delta)\}$ je príslušná sekvencia váh s neznámym vektorom parametrov δ . Predpokladá sa, že $\{\varepsilon_t\}$ je striktné stacionárny biely šum. Najznámejším príkladom hore uvedeného stochastického procesu je ARMA model.

Stochastický proces $\{X_t\}$ je označený ako **lineárny**, ak chyby $\{\varepsilon_t\}$ sú nezávisle náhodné pozorovania z identického rozdelenia (i.i.d.). V tejto štúdii sa zameriavame na zovšeobecnené korelácie týchto chýb $\{\varepsilon_t\}$ v rovnici (1). Pre určité hodnoty $r, s \in \mathbb{N}$ také, že $E(|\varepsilon_0|^{r+s}) < \infty$, zovšeobecnená korelácia $\{\varepsilon_t\}$ s oneskorením $k \in \mathbb{Z}$ je definovaná nasledovne

$$\rho_{rs}(k) = [\gamma_{rr}(0)\gamma_{ss}(0)]^{-1}\gamma_{rs}(k),$$

kde $\gamma_{rs}(k) = \text{cov}(\varepsilon_0^r, \varepsilon_k^s)$. Takže bežná autokorelácia chýb $\{\varepsilon_t\}$ sa získa pre $r = s = 1$ a autokorelácia štvorcov chýb $\{\varepsilon_t^2\}$ sa získa pre $r = s = 2$. Náš hlavný záujem je o tzv. krížové korelácie definované pomocou nasledujúcich dvoch kombinácií r a s parametrov: (i) $r=1$ a $s=2$; (ii) $r=2$ a $s=1$. Konkrétna štatistika pre testovanie linearít $\{X_t\}$ je založená na tzv. Portmanteauovej štatistike definovanej ako

$$Q_{rs}(m) = T \sum_j^m \hat{\rho}_{rs}^2(j),$$

kde $\hat{\rho}_{rs}^2$ predstavuje (kvadrát) odhadnutej korelácie pre určité hodnoty $r, s \in \mathbb{N}$ také, že $r + s > 2$ a oneskorenie $m < T$. Limitné rozdelenie $Q_{rs}(m)$ je $\chi^2(m)$.



2. Porovnanie testov

Štatistické vlastnosti navrhnutých Q_{12} , Q_{21} a Q_{22} testov sú analyzované na vzorke 18 modelov často používaných v literatúre (5 lineárne ARMA modely a 13 nelineárnych modelov). Zo simulačných výsledkov vyplývajú nasledujúce závery:

- Všetky 3 testy dávajú takmer identické výsledky v prípade, ak je simulovaný proces skutočne lineárny ARMA model (t.j. nulová hypotéza je platná);
- Výsledky jednotlivých testov sa však odlišujú v prípade, ak je simulovaný proces nelineárny (t.j. nulová hypotéza nie je platná). V takýchto prípadoch je sila Q_{rs} testov závislá od simulovaného procesu. Napr. Q_{12} model veľmi dobre identifikuje modely s dvoma režimami často používané v aplikovanej makroekonómii pri modelovaní rôznych fáz hospodárskeho cyklu. Q_{22} test je zase veľmi užitočný pri identifikácii modelov s premenlivou variabilitou, ktoré sa často využívajú pri modelovaní výnosov rôznych aktív.
- Vzhľadom na jednoduchú konštrukciu fungujú navrhnuté testy veľmi dobre aj v prípade relatívne malého počtu pozorovaní (napr. iba 200 pozorovaní). To je dôležité predovšetkým v oblasti makroekonomických aplikácií, vrátane menovej politiky.

3. Aplikácia

V tejto sekcii chceme preskúmať prítomnosť nelinearít vo výnosoch aktív využitím navrhutej trojice Q_{rs} testov. Presvedčivá evidencia nelinearít vo výnosoch aktív má dôležité implikácie napr. pre oceňovanie aktív a riadenie rizika. Q_{12} , Q_{21} a Q_{22} testy aplikujeme na týždňové výnosy 100 spoločností zahrnutých v Standard & Poor's 500 Composite index pre obdobie 1993-2007.

Na 5% hladine významnosti a s využitím Hochbergom upravených p -hodnôt pre Q_{rs} testy nemôžeme potvrdiť linearitu v 85 % prípadoch výnosov akcií. Z individuálnych (neupravených) p -hodnôt môžeme vysloviť záver, že najsilnejším testom je Q_{22} test – nulová hypotéza je zamietnutá v 82 % prípadoch akcií. Toto nie je prekvapujúce zistenie, pretože podmienená heteroskedasticita sa zdá byť charakteristickou črtou výnosov aktív. Linearita je však zamietnutá tiež testami krížovej korelácie Q_{21} a Q_{12} v 66% a 34% prípadoch. Toto zistenie potvrdzuje, že použitie testov krížovej korelácie



môže byť v praxi veľmi užitočné. S prihliadnutím na výsledky našich simulačných experimentov sme dospeli k záveru, že prevažná väčšina výnosov akcií uvažovaných v našej analýze vykazuje nelineárne vlastnosti, ktoré nemôžu byť adekvátne zachytené lineárnymi ARMA modelmi konečného rádu.