



NÁRODNÁ BANKA SLOVENSKA
EUROSYSTEM

TESTOVANIE NELINEARÍT VO VIACROZMERNÝCH ČASOVÝCH RADOCH

MARIÁN VÁVRA

NETECHNICKÉ
ZHRNUTIE

2/2013



© Národná banka Slovenska
www.nbs.sk
Imricha Karvaša 1
813 25 Bratislava

research@nbs.sk

September 2013

ISSN 1337-5830

Práca neprešla jazykovou úpravou.

Prezentované názory a výsledky v tejto štúdií sú názormi autora a nevyjadrujú oficiálne stanovisko Národnej banky Slovenska.

Všetky práva vyhradené.

Krátke časti textu, nie viac ako dva odseky, môžu byť citované bez predchádzajúceho súhlasu autorov, pokiaľ bude úplne uvedený zdroj.



Testovanie nelinearít vo viacrozmerných časových radoch

Výskumná štúdia NBS

Marián Vávra¹

Abstrakt

V predkladanej štúdii predstavujeme modifikáciu dvoch štatistických testov používaných v súvislosti s makroekonomickými časovými radami s relatívne malým počtom pozorovaní. Tieto testovacie štatistiky je možné použiť na testovanie hypotézy, či sa vybraný súbor makroekonomických ukazovateľov riadi určitým lineárnym alebo nelineárnym modelom.

JEL klasifikácia: C12, C15, C22

Kľúčové slová: Testovanie nelinearít, analýza hlavných komponent, Monte Carlo metóda

Voľne prístupné na www.nbs.sk/sk/publikacie/vyskumne-studie

¹ Marián Vávra, poradca guvernéra NBS.



1. NETECHNICKÉ ZHRNUTIE

Odpoveď na otázku, či je použitie lineárnych makroekonomických modelov na účely formulovania odporúčaní pre hospodársku politiku adekvátne, je pomerne zložitá.

Hlavnou výhodou nelineárnych modelov je ich schopnosť vysvetliť (hoci len čiastočne) štylizované fakty, ktoré pozorujeme v ekonomických ukazovateľoch, pri aplikácii klasickej ekonomickej teórie. Príkladom môže byť existencia časovej (rizikovej) prémie v dlhodobých úrokových sadzbách, ktorá predstavuje endogénne obmedzenie pre menovú politiku, a teda jeden z najväčších problémov transmisného mechanizmu menovej politiky.² Je známe, že lineárne modely pracujú len s konštantnou (nulovou) úrovňou časovej prémie. Nelineárne makroekonomické modely za určitých podmienok dokážu generovať časovú prémii, ktorá je podobná empiricky pozorovaným hodnotám. Tento príklad ilustruje zvýšený záujem o nelineárne viacrozmerné modely v aplikovanej makroekonómii. Zároveň je však potrebné upozorniť na to, že identifikácia nelineárnych modelov, odhad parametrov a predikcia z nelineárnych viacrozmerných modelov je stále výpočtovo a časovo veľmi náročná.

Z tohto pohľadu je teda potrebné sa zamerať na aplikáciu testovacích štatistík, ktoré dokážu spoľahlivo identifikovať vybrané nelineárne správanie sa ekonomických časových radov. Takéto testy v literatúre už existujú. Ich využitiu v aplikovanej makroekonómii však bráni fakt, že vďaka svojej konštrukcii tieto testy vyžadujú veľké množstvo pozorovaní (napr. 1000 pozorovaní pre určitý ukazovateľ). Centrálné banky však majú zvyčajne k dispozícii veľmi obmedzenú dĺžku časových radov (napr. NBS má k dispozícii cca 54 pozorovaní za hrubý domáci produkt!). Cieľom predkladanej štúdie je modifikácia dvoch často používaných testov (tzv. TSAY a ARCH testov) pre testovanie nelinearít v časových radoch tak, aby bolo možné tieto testy používať aj pre krátke časové rady (povedzme sto pozorovaní).

² Rudebush, G. and Swanson, E. (2012): The bond-premium in a DSGE model with long-run real and nominal risks, *American Economic Journal*, Vol. 4, No. 1.
Kozicki, S. and Tinsley, P. (2002): Term premia: endogenous constraints on monetary policy, *FRB Kansas City Working Paper*, No. 7.

Navrhnutú metodiku krátko vysvetlíme pomocou TSAY testu. Tento test sa používa v nasledujúcich krokoch:

1. Z pozorovaných údajov odhadneme príslušný lineárny vektorový autoregresný (VAR) model

$$\mathbf{x}_t = \boldsymbol{\xi}_0 + \sum_{i=1}^P \boldsymbol{\xi}_i \mathbf{x}_{t-i} + \mathbf{a}_t, \quad (1)$$

kde \mathbf{x}_t je vektor vysvetľovaných premenných (napr. miera inflácie, output gap, úroková miera, výmenný kurz atd.) a \mathbf{a}_t je vektor náhodných chýb.

2. Odhadneme nasledujúcu pomocnú regresnú rovnicu

$$\hat{\mathbf{a}}_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{B}_1 \mathbf{z}_t + \mathbf{B}_2 \mathbf{v}_t + \mathbf{u}_t, \quad (2)$$

kde $\hat{\mathbf{a}}_t$ je vektor odhadnutých náhodných chýb z rovnice (1), \mathbf{z}_t je vektor predetremínovaných premenných (t.j. $\mathbf{z}_t = (\mathbf{x}_{t-1}, \dots, \mathbf{x}_{t-p})'$) a \mathbf{v}_t je špeciálny vektor obsahujúci všetky kombinácie medzi jednotlivými premennými vo vektore $\mathbf{v}_t = \text{vech}(\mathbf{z}_t \otimes \mathbf{z}_t')$. $\mathbf{b}_0, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ sú príslušné vektory/matice neznámych parametrov a \mathbf{u}_t je vektor náhodných chýb.

3. V prípade, že je daný proces (t.j. ekonomický ukazovateľ) lineárny (v podmienenej strednej hodnote), tak matica $\mathbf{B}_2 = \mathbf{0}$. V praxi sa preto testuje, či sú parametre tejto matice štatisticky významne rôzne od nuly. Na tento účel sa používa klasický LR (likelihood ratio) test

$$MTSAY(org) = (T - \tau)(\log(|\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_r|) - \log(|\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_u|)) \xrightarrow{d} \chi^2(sk), \quad (3)$$

kde $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_r$ a $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_u$ sú odhadnuté variačno-kovariačné matice z rovníc (1) a (2). Ako je zrejmé z rovnice (3), daný test sa riadi chi-kvadrát pravdepodobnostným rozdelením.



Problém MTSAY testu, a mnohých ďalších viacrozmerných testov, spočíva vo veľkosti (počte prvkov) vektoru \mathbf{v}_t v rovnici (2). Vďaka svojej konštrukcii tento vektor kvadraticky rastie s počtom premenných v modeli a s počtom parametrov lineárneho VAR modelu. Napríklad pre počet oneskorení $P=4$ a počet ekonomických premenných $k=10$ vo vektore \mathbf{x}_t v modeli (1) MTSAY test vykazuje viac než 820 pozorovaní, čo je úplne nereálna požiadavka v aplikovanej ekonómii. Naša modifikácia spočíva v nahradení pôvodného vektoru \mathbf{v}_t iným vektorom \mathbf{w}_t , ktorý obsahuje podstatne menej prvkov a zároveň má podobné vlastnosti (napr. variabilitu), ako má pôvodný vektor \mathbf{v}_t . Túto modifikáciu je možné urobiť aplikáciou metódy hlavných komponentov na vektor \mathbf{v}_t . Hoci fakt, že metóda hlavných komponentov dokáže úspešne eliminovať tzv. problém dimenzionality, je v literatúre dostatočne známy, je potrebné upozorniť, že o fungovaní tejto metódy v kontexte testovania nelinearit časových radov sa toho veľa nevie. Naším primárnym cieľom je: (i) Otestovať efektívnosť metódy hlavných komponentov pre vybrané testovacie štatistiky (t.j. TSAY a ARCH testy), tzn. do akej miery môžeme zredukovať počet prvkov vektora \mathbf{v}_t ; (ii) Otestovať, či dochádza k systematickým odchýlkam v správaní sa pôvodného a modifikovaného testu (tzn. power distortion). Detaily ohľadom tejto metódy sú v priloženej štúdií.

Správanie sa pôvodných a modifikovaných TSAY a ARCH testov sme skúmali na 15 rôznych viacrozmerných modeloch časových radov, ktoré sa často používajú v ekonómii (3 modely sú lineárne a 12 je nelineárnych). Z výsledkov vyplýva, že modifikované testy dokážu redukovať dimenziu vektora \mathbf{v}_t v priemere až o 70 % bez toho, aby dochádzalo k systematickým odchýlkam v správaní sa obidvoch testov.

Empirická časť je zameraná na aplikáciu zvolených dvoch typov testov na vybrané ekonomické časové rady za USA: tempo rastu reálneho HDP, miera inflácie a krátkodobé úrokové sadzby. Všetky ukazovatele sú k dispozícii za obdobie 1961Q1 – 2010Q4 (t.j. 200 štvrtročných pozorovaní). Z výsledkov vyplýva, že nulová hypotéza o tom, že lineárny VAR (alebo DSGE) je adekvátnou reprezentáciou pre danú skupinu ekonomických ukazovateľov, je zamietnutá takmer vo všetkých prípadoch, bez ohľadu na konfiguráciu jednotlivých testov. Inými slovami, lineárny DSGE model nie je schopný v plnej miere podchytiť stochastické vlastnosti vo vybraných ukazovateľoch za USA. To znamená, že použitie výsledkov z lineárneho DSGE modelu môže napríklad viesť k nesprávnym záverom pri stabilizácii hospodárskych fluktuácií v USA.